

大阪湾における潮流の数値解析

(株) 青木建設 正会員
神戸大学工学部 正会員

○中井茂喜
松梨順三郎

I はじめに 湾内における港湾流通施設の建設のため、埋め立て実現により、潮流や水質汚濁の変化が予想される。したがって開発の事前に、厳重な環境アセスメントが要求される。潮流変動の予測の数値シミュレーションとして、差分法が主に採用されているが、この場合空間を格子網に粗メ、境界条件に対して工夫したプログラムを組み立てる必要がある。流体問題にも適用されてきつつある有限要素法の場合、多少複雑な幾何学形状でも有限要素により覆うことができる。また境界条件に対しては比較的簡単に導入することができるという利点もあるが、安定性や収束性の問題が十分に明らかにされていないのが現状である。ここでは、重みつき残差法の一様であるガラーキン法による定式化を行ない、有限要素法を採用し、対象領域を大阪湾とした潮流変動の予測問題のアプローチを試みた。

II 基礎方程式 鉛直方向の加速度を無視し、水深方向に平均化した2次元浅水波方程式について、

連続の式
$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(H+h)U] + \frac{\partial}{\partial y}[(H+h)V] = 0 \quad (1)$$

運動の式
$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial x} - \Omega V - RU - \omega W_x = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + g \frac{\partial h}{\partial y} + \Omega U + RV - \omega W_y = 0 \quad (3)$$

U, V ; 水深方向に平均化された流速の x, y 成分, $H(x, y)$; 平均水深,
 $h(x, y, t)$; $H(x, y)$ からの海面変動の高さ, g ; 重力の加速度, Ω ; コ
リオリのパラメータ, W_x, W_y ; 風速の x, y 成分, $R = \frac{\sqrt{U^2 + V^2}}{H+h}$,
 $\omega = \frac{\mu \sqrt{W_x^2 + W_y^2}}{H+h}$, μ ; 海底摩擦係数, μ ; 風に対する摩擦係数

解析領域 Ω を N 個の有限要素領域 Ω_e に分割し、重みつき残差法の一様であるガラーキン法により、定式化を行なう。空間に関する変数 U, V, h, H を低次多項式で近似する。

$$U(x, y, t) = \sum N_i(x, y) U_i(t), \quad H(x, y) = \sum N_i(x, y) H_i \quad \text{e.t.c.} \quad (4)$$

ここで N_i は既知の形状関数、 U_i は未知節点値である。ガラーキン法では近似解 (4) を式 (1), (2), (3) に代入して生じた残差と形状関数 N_i の内積を 0 とする。

$$M_{\alpha\beta} h_{\beta} + H_r (K_{\alpha\beta r}^x + K_{\alpha\beta r}^y) U_{\beta} + H_r (K_{\alpha\beta r}^y + K_{\alpha\beta r}^x) V_{\beta} + \{U_r^* (K_{\alpha\beta r}^x + K_{\alpha\beta r}^y) + V_r^* (K_{\alpha\beta r}^y + K_{\alpha\beta r}^x)\} h_{\beta} = 0 \quad (5)$$

$$M_{\alpha\beta} \dot{U}_{\beta} + K_{\alpha\beta}^x \dot{U}_{\beta} + K_{\alpha\beta}^y V_{\beta} + g N_{\alpha\beta} h_{\beta} - \Omega M_{\alpha\beta} V_{\beta} + M_{\alpha\beta} R^* U_{\beta} = 0 \quad (6)$$

$$M_{\alpha\beta} \dot{V}_{\beta} + K_{\alpha\beta}^y \dot{U}_{\beta} + K_{\alpha\beta}^x V_{\beta} + g N_{\alpha\beta} h_{\beta} + \Omega M_{\alpha\beta} U_{\beta} + M_{\alpha\beta} R^* V_{\beta} = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし } M_{\alpha\beta} &= \int N_{\alpha} N_{\beta} d\Omega^e & K_{\alpha\beta}^x &= \int N_{\alpha} N_{\beta} \frac{\partial N_{\gamma}}{\partial x} d\Omega^e & K_{\alpha\beta}^y &= \int N_{\alpha} N_{\beta} \frac{\partial N_{\gamma}}{\partial y} d\Omega^e \\ N_{\alpha\beta}^x &= \int N_{\alpha} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial x} d\Omega^e & N_{\alpha\beta}^y &= \int N_{\alpha} \frac{\partial N_{\beta}}{\partial y} d\Omega^e & R^* &= \frac{\lambda \sqrt{U^2 + V^2}}{H + H^*} \end{aligned} \quad (8)$$

ここでは風による摩擦項を無視する。総和規約を用い、*の記号は非線形のための予測値を示す。・は時間微分を、-は要素内の平均を示す。これらの方程式をマトリックス表示すると次式のようにになる。

$$M \dot{q} + F(U^*, V^*, h^*) q = 0 \quad (9)$$

ここで $q^T = [h_{\beta}, U_{\beta}, V_{\beta}]$ とする。時間方向の離散化方法として Δt^3 の誤差のオーダーとなる台形法を採用する。

$$(M + \frac{\Delta t}{2} F_{t+\Delta t}) q_{t+\Delta t} = (M - \frac{\Delta t}{2} F_t) q_t \quad (10)$$

ここで Δt は時間間隔である。 $F_{t+\Delta t}$ に含まれる変数は反復値 q^j と q^{j-1} に重み W をつけて q^{j+1} を予測する。

$$q^{j+1} = (1 - W) q^{j-1} + W q^j \quad (11)$$

1回目の予測値 q^1 は前の時間ステップの値 q_t を用いる。反復値の差が許容誤差内に収まるまで繰り返す。誤差を評価するのに次の正規化した量を用いる。

$$\text{許容誤差} > \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \{q^{j+1} - q^j\}_{\text{node } i}^2}{\sum_{i=1}^n \{q^j\}_{\text{node } i}^2}} \quad (12)$$

初期条件として h, U, V の初期値を 0 とする。境界を自由境界と固定境界に分け、自由境界は紀伊水道側では沼島-海南線、播磨灘側では二見-江井線として水位を規定する。各4地点の水位変動を次式で与え、自由境界上の他の地点では線形補間によって規定する。

$$h(t) = h_m \sin(\omega t - \theta) \quad (13)$$

h_m, ω, θ は M_2 潮の振幅、角速度、遅れ角とする。

Ⅲ 数値計算結果 対象領域を68節点からなる96要素に分割し、時間間隔 Δt を600秒、反復法の許容誤差を 10^{-3} 、重み W を0.9として大潮時 (M_2+S_2) の計算を実行した。入力計算プログラム定数は次のようである。 $\Omega = 0.826 \times 10^4$, $g = 9.80 \text{ m/s}^2$, $\omega = 28.98/104 \text{ } ^\circ/\text{hr}$, $\lambda = 0.0026$ 。計算開始から12時間後と18時間後の各要素の重心における流速ベクトルを右図に示す。それによると、図1では紀伊水道から友が島・明石海峡・播磨灘への流れが、図2では明石海峡から友が島水道への流れ、すなわち下げ潮の状態がわかる。

しかし湾奥部の流況が明瞭に表われていない。水位と流速の時間変動を調べると、流速に比較して水位が不安定であり、周期的に定常になるまでの計算結果が得られなかった。

参考文献 1) 第三港湾建設局、大阪湾潮流高潮計算報告書、P88、1971。

2) Conner, J. J. and Brebbia C. A.: Finite Element Techniques for Fluid Flow, P258, 1976。

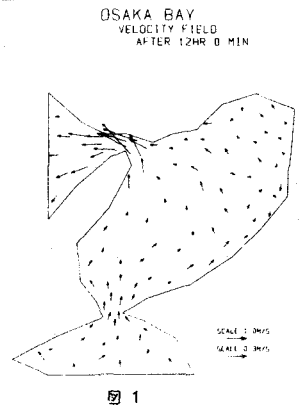


図1

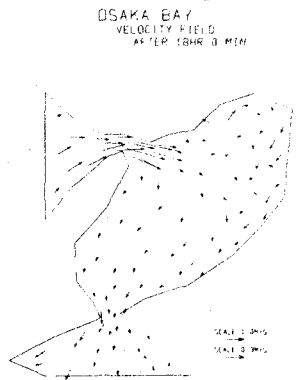


図2