

砂粒運動の性質に着目した移動床砂面の不安定性

京都大学工学部 正員 中川博次

京都大学工学部 正員 ○辻本哲郎

京都大学大学院 学生員 自閑茂治

1. まえがき 河床波の発生の説明として Kennedy¹⁾以来安定理論を用いた解析が注目され、みかけ上かなり巧みに河床波の形成が説明された論文も少なくない。しかしこれは流れ距離を仮定する等の何らかの工夫を必要とし、その機構が必ずしも明確にされたとは言えない。そこで本報ではこの機構を明確にし、とくに着流従来の掃流過程における個々の粒子の運動特性に関する研究成果にもとづいて、流砂量の断面せん断応力に対する流れ距離を明らかにし、流砂の非平衡性の移動床の不安定性に果たす役割を調べる。すでに着流は砂粒の step length がこの流れ距離に強く関係していることを示唆し²⁾、林³⁾も最近これに着目し不安定解析を示しているが、決定的理論ではこれを正確に扱えず、そのため誤った結果を産む可能性のあることが本報で明らかにされる。また step length も定義により評価が必要だが、着流の用いるものが流砂の非平衡性を支配しているものであることが判別の実験により示される。なお線型安定解析には、初期擾乱の発生⁴⁾、時間経過後の成長過程⁵⁾を説明し得ない欠点があるが、本報ではこれについては述べない。文献 4), 5) を参照されたい。

2. 移動床砂面の不安定性解析と流れ距離 または 位相差 移動床に発生した擾乱 $y(x)$ を式(1)で表し、 $\partial y / \partial t$ が式(2)で表されるものとする。 $y(x) = a \sin k(x - U_b t) \dots \dots (1)$ $\partial y / \partial t = r_{yg} a \sin [k(x - U_b t) - \varphi] \dots \dots (2)$ $r_{yg} > 0$ にとると、位相差 φ によって擾乱の蓋害、進行(伝播)方向が論じられる。すなわち式(1)の時間微分と式(2)とを等置し、 $\hat{a}(t)/\hat{a}(t)$ が π に独立であることから φ が得られる。上記の φ は次のような構成となっている。

砂面擾乱	河床波上の水理量	掃流現象		砂面高変化
		pick-up rate	流砂量	
$y(x)$	$u(x)$	$\tau(x)$	$p_s(x)$	$\partial y(x)/\partial t$
$\underbrace{\quad}_{g_{uy}}$	$\underbrace{\quad}_{g_{cu}}$	$\underbrace{\quad}_{S_{pz} \approx 0}$	$\underbrace{\quad}_{S_{BP}}$	$\underbrace{\quad}_{g_{yb}}$
流れの位相差 g_{uy}		流砂の流れ距離 S_{BP}		

$$\varphi = g_{uy} + K S_{BP} + \varphi_{yb} \dots \dots (3)$$

上式の右辺の各項はそれぞれ波状路床上の流れの運動方程式(及び連続式)、流砂の運動方程式'ならびに流砂の連続式'によって求められる。なお、各々の位相差 または 流れ距離が求められたとき、その和を求めるのに各擾乱の振幅比(砂面擾乱のそれに対する比 γ に添字を付し着ししている)が必要である。まず、式(3)の第3項については次のような情報が流砂の連続式'より確定的に得られる。 $S_{yb} = \pi/2$, $r_{yb} = \rho_{Bo}/(1 - \rho_0)$ (4) 式(2)の第2項については、次章に示されるように、こうした軽微な非平衡状況は流砂の stochastic model の Euler 的解釈によつて掃流砂粒子の運動が適切に表現されるので、これによって検討される。第1項については波状路床上の流れについてポテンシャル流理論⁶⁾、一次元不等流としての扱い^{7), 8)}など様々な方法があり、ここでは詳細な検討は省ける。

3. 掃流砂の stochastic model の Euler 的解釈とその非平衡状況への適用 掃流砂の stochastic model⁹⁾は従来 sediment dispersion を対象とした^{10), 11)}ため、その適用範囲が限られていたが、著者はこれを Euler 的に解釈し、平衡状態の流砂量'の他、初期擾乱の発生過程⁴⁾、armor coat の形成、伝播過程に¹²⁾応用している。すなわちこれは軽微な非平衡状態に適用が可能であり¹³⁾、非平衡流砂量式'が次のように表示される(図-1参照)。

$$\rho_B(x) = K d \int_{x_0}^x \rho_s(x') \int_{x-x'}^{\infty} f_x(x'') dx'' dx' \dots \dots (5) \quad \text{ここに } K: \text{砂粒の形状係数}(=A_3/A_2), x_0: \text{流砂の}$$

長さ, $f_s(x)$: step length の確率密度関数である。いま同一粗度と見なせる固定床と移動床を接続し, 移動床で x 方向に p_s が一定と考えると, 式は,

$$\partial B(x) = p_s K d \int_0^x (1 - F_s(x-x')) dx' \quad (6) \text{ とする。ここに, } F_s(x) \text{ は step length の分布関数である。} x \rightarrow \infty \text{ では平衡流砂量 } q_{so} \text{ が得られる。16mm}$$

フィルム解析¹³⁾による断面流砂量を求めた結果が図-2に示され, 以下より step length がほぼ指数分布に従い, その平均値は粒径の 50~250 倍程度と従来のトレーサ実験の結果^{12), 14)}で得られているものと同程度となった。

なお 16mm フィルム解析から p_s と同様定義された deposit rate p_d についても調べ, $\partial B(x)$ と $p_d(x)$ が比例していることを確かめる(図-3参照), 以下から step length の分布がこの程度の非平衡状況でも指数分布に従っていることを確認した。すなわち, $p_d(x) = p_s \cdot f_s(x) \quad (7)$ であり, step length が指数分布に従うとすれば, 式(6)と式(7)から比例関係が得られる。

4. 流砂量の河床面せん断応力に対する選り距離 pick-up rate p_s は底面せん断応力の強さによって決まり, p_s とこの選り距離はほぼ等しいと考える。この点から, pick-up rate と step length にかけて流砂機構を探るべきの利点である。このとき, 流砂量と x との選りば, p_s との選りばと見なしてよい。前章の結果より, 流砂量式に式(6)を用い ($x_0 \rightarrow \infty$), step length の確率密度関数を次式で表わす (Λ : 平均 step length)。

$$f_s(x) = \frac{1}{\Lambda} \exp(-x/\Lambda) \quad (8) \text{ また, } p_s \text{ については } x \text{ との間には選り}$$

がないとして次式のように表わされているものとする。 $p_s(x) = p_{so} [1 + \gamma_{py} \sin\{\kappa(x - U_{bc}t) - \phi_{cy}\}] \quad (9)$ 式(8), (9)を式(6)に代入して積分を実行し, 整理すると, $\partial B(x)$ と $p_d(x)$ の x に対する選り距離として次式が得られる。

$$\begin{aligned} \partial B(x) &= K p_{so} \Lambda d \left[1 + \frac{\gamma_{py} \Lambda}{(1/\Lambda)^2 + \kappa^2} \left(\frac{1}{\Lambda} \sin\{\kappa(x - U_{bc}t) - \phi_{cy}\} - \kappa \cos\{\kappa(x - U_{bc}t) - \phi_{cy}\} \right) \right] \\ &\equiv q_{so} \left[1 + \frac{\gamma_{py} \Lambda}{1 + (\kappa \Lambda)^2} \sin\{\kappa(x - U_{bc}t) - \phi_{cy}\} \right] \quad (10) \end{aligned}$$

よって, $\sin \kappa \delta_{bc} = \kappa / \sqrt{(1/\Lambda)^2 + \kappa^2} > 0$, $\cos \kappa \delta_{bc} = 1/\Lambda \sqrt{(1/\Lambda)^2 + \kappa^2} > 0$, $\gamma_{bc} = 1/\sqrt{1 + (\kappa \Lambda)^2} \quad (11)$ が得られ, $0 < \kappa \delta_{bc} < \frac{\pi}{2} \quad (12)$ とする。

step length を確定量と扱い, 以下が選り距離であると考えれば位相差に変換するとその意図が不十分であるのに対し, step length が確率変数であるからこのように位相差を確定量とするのは興味ある結果である。

5. 移動床砂面に生じる不安定性 前章までの結果から式(3)の選り距離は位相差の第2項及び第3項が明らかにされた。すなわち $y = y_{cy} + (0 \sim \frac{\pi}{2}) + \frac{\pi}{2} = y_{cy} + (\frac{\pi}{2} \sim \pi)$ である。下流または上流に伝播する発達する砂面波の生じる条件を表-1により検討すると y_{cy} が $\frac{\pi}{2}$ または π であることが確定である。以下はそれぞれ lower, upper regime で出現するので上述の議論は妥当であると言える。ここでは y_{cy} を決定する流れのモデルにポテンシャル流理論を用い, 水質波による付加的せん断応力を長波に対する Yalin & Russell¹⁵⁾ の方法で考慮し pick-up rate は着者の推定式¹⁶⁾で与える。更に平均 step length と平均水深(h_0)との比を γ_s , 付加的せん断応力についてのハッセグ

を γ_2 としこれをハッセグと記した。このようにして得られた結果を図-4, 5に示した。

参考文献: 1) Kennedy: J.F.M., 1963, 2) 中川 辻本: 土木学会年報, 1976, 3) 林 大西: 第23回水理講演会論文集, 1979, 4) 中川 辻本 矢野: 津西遊覧誌, 1977, 5) 中川 辻本: 防災研年報, 1976, 6) Hayashi: Proc. ASCE, HY, 1970, 7) Reynolds: J.F.M., 1965, 8) Randkivi: J.F.M., 1966, 9) Einstein: Verlag Rasccher, 1977, 10) Hubbard & Sagar: Proc. ASCE, 1944, 11) 矢野 辻本: 土木防犯研年報, 1968, 12) 中川 辻本 矢野: 土木防犯研年報, 1977, 13) 中川 辻本 矢野: 土木防犯研年報, 1978, 14) 中川 辻本: 土木学会論文集, 1975, 15) Yalin & Russell: J. Hydr. Res., 1967, 16) 中川 辻本: 投稿中。

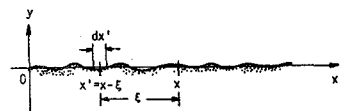


図-1 記号図

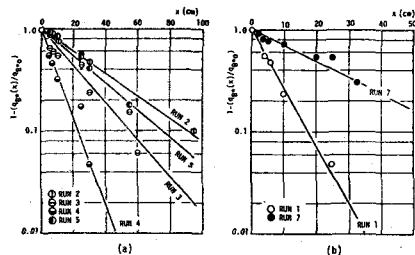


図-2 非平衡流砂量

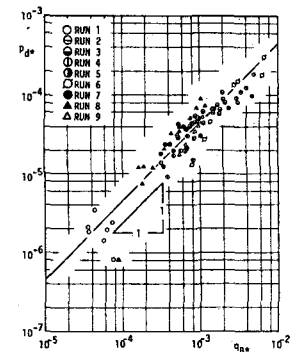


図-3 各断面での deposit rate と流砂量との関係

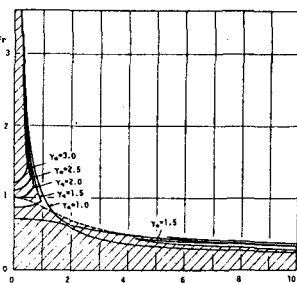


図-4 移動床砂面の不安定領域

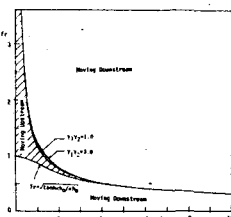


図-5 砂面擾乱の伝播方向