水面勾配を考慮した貯水池水理の数値解析法とその適用について

京都大学工学部　正員　岩佐義朗
〃　　　〃　松尾直規
建設技術研究所　〃　○俞　朝夫

1. はじめに　本研究では，岩佐・松尾らの二次元の貯水池水理解析モデル[1)2)]で圧力項を考慮したときの計算法について述べ，それを，実際の貯水池における水温，濁度予測計算に用いて，その結果を従来の圧力項を省略した計算法による結果，および実測値と比較し，その適用性について検討した。

2. 基礎式と数値計算法について　上述のモデルに用いる基礎式は 1)水の連続式，2)運動量保存式　3)水温収支則　4)濃度収支則 の4式であるが，これらの表示については既に示されているので[1)2)]ここでは省略する。1)～4)式の数値計算にあたっては 1) 2)による流速計算に次の2つの差分法（explicit法，implicit法と呼ぶことにする。）を用いた。なお濃度収支則水温収支則については従来の方法[1)2)]と同様に差分化を行なった。

i) explicit法　時間に関する前進差分法の一つで水位，流速を求める位置，時刻が千鳥状に配置されるマルチレベルの staggered scheme を用いる。内部の水平要素に関する 1)水の連続式，2)運動量保存式の差分式は次のように表示される。

連続式
$$\frac{u^n_{i+1,j}-u^n_{i,j}}{\Delta x}\cdot B_j+\frac{v^n_{i,j+\frac12}\cdot B_{j+\frac12}-v^n_{i,j-\frac12}\cdot B_{j-\frac12}}{\Delta y}+q^n_{i+\frac12,j}=0 \quad \cdots(1)$$

運動量保存式
$$\frac{u^{n+1}_{i,j}-\left\{\alpha u^n_{i,j}+\frac{1-\alpha}{2}\left(u^n_{i+1,j}+u^n_{i-1,j}\right)\right\}}{\Delta t}=-\frac{1}{\Delta x}\left(u^n_{i+a,j}\frac{u^n_{i,j}+u^n_{i+1,j}}{2}-u^n_{i-1+b,j}\frac{u^n_{i,j}+u^n_{i-1,j}}{2}\right)$$
$$-\frac{1}{\Delta y\cdot B_j}\left(u^n_{i,j+c}\cdot v^n_{i,j+\frac12}\cdot B_{j+\frac12}-u^n_{i,j-1+d}\cdot v^n_{i,j-\frac12}\cdot B_{j-\frac12}\right)-\frac{q^n_{bi-\frac12}\cdot u^n_{i,j}}{\Delta x\cdot\Delta y\cdot B_j}-\frac{1}{\rho_0}\frac{P^{n+\frac12}_{i+\frac12,j}-P^{n+\frac12}_{i-\frac12,j}}{\Delta x}+\frac{D_{mx}}{\Delta x^2}\left(u^n_{i+1,j}-2u^n_{i,j}+u^n_{i-1,j}\right)$$
$$+\frac{D_{my}}{\Delta y^2\cdot B_j}\left\{\left(u^n_{i,j+1}-u^n_{i,j}\right)B_{j+\frac12}-\left(u^n_{i,j}-u^n_{i,j-1}\right)B_{j-\frac12}\right\} \cdots(2)$$

ただし
$$P^{n+\frac12}_{i+\frac12,j}=g\left\{\rho^{n-\frac12}_{i+\frac12,js}\Delta y^{n+\frac12}_{s,n+\frac12}+\Delta y\left(\sum_{j'=j+1}^{js-1}\rho^{n-\frac12}_{i+\frac12,j'}+\frac{\rho^{n-\frac12}_{i+\frac12,j}}{2}\right)\right\} \cdots(3)$$

ここに s は貯水池表面の水深位置を示す番号であり，i, j, n はそれぞれ x, y, t 方向の位置を示す番号である。また α は平滑化係数，a, b, c, d は上流差分をとるためのパラメータであり，このuの次に続く流速の正負によって0または1の値をとる。

ii) implicit法　上記の explicit法を用いて数値計算を行なう場合，従来の圧力項を省略した計算法と比べ非常に厳しい安定条件が課せられることになる。筆者らが求めた安定性の必要条件から，explicit法の計算時間間隔 Δt を求めると，従来の計算法の Δt に比して約1/100となり，実用上非能率的である。よって圧力項に起因する安定条件を緩和するために，圧力項のみを時間に関して implicit な差分法で置き換える計算法を考える。[3)] implicit法の内部の水平要素に関する 1)水の連続式　2)運動量保存式の差分式は次のように表示される。

連続式
$$\frac{u^{n+1}_{i+1,j}-u^n_{i,j}}{\Delta x}\cdot B_j+\frac{v^{n+1}_{i,j+\frac12}\cdot B_{j+\frac12}-v^{n+1}_{i,j-\frac12}\cdot B_{j-\frac12}}{\Delta y}+q^{n+1}_{i+\frac12,j}=0 \quad \cdots(4)$$

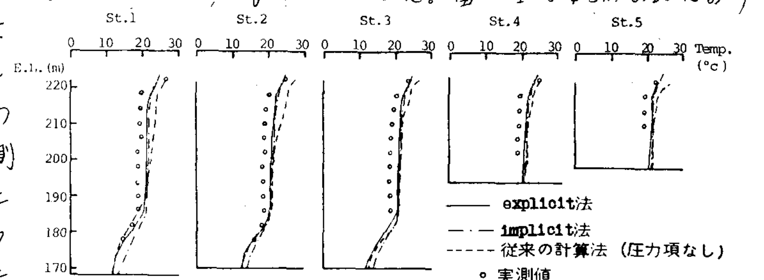
運動量保存式

$$\frac{u^{n+1}_{i,j}-u^n_{i,j}}{\Delta t} = -\frac{1}{\Delta x}\left(u^n_{i+a,j}\frac{u^n_{i,j}+u^n_{i+1,j}}{2} - u^n_{i-1+b,j}\frac{u^n_{i,j}+u^n_{i-1,j}}{2}\right) - \frac{1}{\Delta y\cdot B_j}\left(u^n_{i,j+c}\cdot v^n_{i,j+\frac12}\cdot B_{j+\frac12} - u^n_{i,j-1+d}\cdot v^n_{i,j-\frac12}\cdot B_{j-\frac12}\right)$$

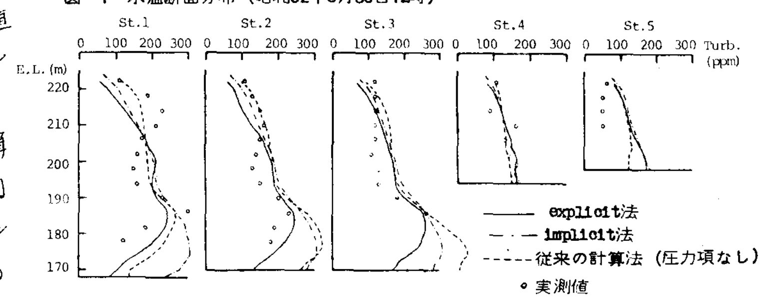
$$-\frac{q^n_{bi,j}\cdot u^n_{i,j}}{\Delta x\cdot\Delta y\cdot B_j} - \frac{1}{\rho_0}\frac{P^{n+1}_{i+\frac12,j}-P^{n+1}_{i-\frac12,j}}{\Delta x} + \frac{D_{mx}}{\Delta x^2}\left(u^n_{i+1,j}-2u^n_{i,j}+u^n_{i-1,j}\right) + \frac{D_{my}}{\Delta y^2 B_j}\left\{\left(u^n_{i,j+1}-u^n_{i,j}\right)B_{j+\frac12} - \left(u^n_{i,j}-u^n_{i,j-1}\right)B_{j-\frac12}\right\} \quad \cdots(5)$$

ただし $$P^{n+1}_{i+\frac12,j} = g\left\{\rho^n_{i+\frac12,js}\cdot\Delta y^{n+1}_{s,j+\frac12} + \Delta y\left(\sum_{jj=j+1}^{js}\rho^n_{i+\frac12,jj} + \frac{\rho^n_{i+\frac12,j}}{2}\right)\right\} \quad \cdots(6)$$

3. 実際の貯水池への適用とその結果　計算対象とした貯水池は徳島県那賀川水系長安口貯水池で，期間はS52.8.24～9.30，S53.5.16～5.27を選定し水温，濁度予測を試みた。計算時間間隔Δtは explicit法において0.0004 day，implicit法においてはS52.8.24～9.5の期間は0.002 day，S53.5.16～5.27の期間は0.004 dayとした。また平滑化係数は $\alpha=0.9$ とし，水平要素の大きさは，両計算法とも $\Delta x=1000m$，$\Delta y=2.0m$ とした。図－1はS52.8.30における水温断面分布の各計算法による結果と実測値とを比較したものであるが，全水深にわたりexplicit法では比較的実測値に近い値を示していることがわかる。またimplicit法については深水部を除けば，従来の計算法より実測値に近い値を示している。深水部でやや高い水温を示しているのは，その部分で流速を大きく計算しているためと思われる。図－2は同じく，濁度断面分布について比較したものであるが，これについてもexplicit法による結果は実測値に比較的近い値を与え，その分布特性をかなり説明していると思われる。implicit法による結果は水深方向に変化が緩慢であり，他の計算法による結果と比べると，実測値を忠実に再現していないが，これもやはり流速分布との関連で明らかにすることができる。なお，その他の計算結果については，講演時に詳細に述べる。



図—1　水温断面分布（昭和52年8月30日12時）



図—2　濁度断面分布（昭和52年8月30日12時）

4. おわりに　上述の結果から，数値計算にあたって水面勾配の影響を考慮したexplicit法は従来の計算法より精度的に優れ，適用性は十分であることがわかった。implicit法は現段階では従来の計算法 explicit法に比べると，精度上，やや問題を残しているが，計算時間の面からexplicit法より実用的であり，今後，さらに改良して行きたいと考えている。

参考文献

1) 岩佐・松尾・遠藤；ダム貯水池の水温予測　京都大学防災研究所年報　第19号B　1976
2) 岩佐・松尾・遠藤；放水時における貯水池の成層破壊について　京都大学防災研究所年報　第20号B　1977
3) 堀口・冨田・堀江；三次元モデルによる流出と拡散の数値解析について　海岸工学講演会論文集　1977