

多孔性媒体内の分散のシミュレーション

京都大学工学部 正員 岩佐 義朗
島根県土木部 正員 〇和田 治
国鉄 萩原 正之

1.はじめに 海岸地域での地下水の揚水量の増加にともなう地下水の塩水化や注水井や河川からの浸透による地下水水質の悪化などみられるように、地下水の流れにおける各種の物質の移動ならびに分散現象の解明を抜きにしては解決しえない諸問題が発生するに至っている。本研究では、地下水の流れを空隙系の不規則な多孔性媒体における流れとしてとらえ、これを表わすモデルを作成し、つぎにそこにおける分散を移流によるものと、移流によらない貯留・放出とが複合して現われるものと考え、物質の移動に関する数学モデルを構成し、数値シミュレーションによる解析により、分散現象の特性を明らかにしようとするものである。

2.空隙系モデル 空隙系として図-1のような多孔性媒体の任意の一断面を考える。この空隙はこれを囲む3つの粒子の中心間距離によって表現でき、この距離における空隙部分を l_i とし、これらを空隙要素とする。多孔性媒体を等方、等質で十分に大きいものであるとすると、図-2のように直線上で

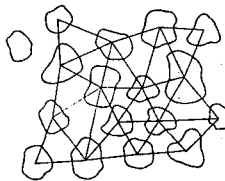


図-1

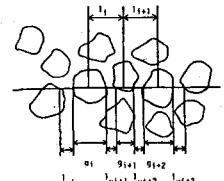


図-2

考えた l_i および g_i を空隙要素と考えることが可能であり、乱数を用いたシミュレーションにより空隙要素が求められる。空隙系は、シミュレートされた l_i および g_i の結合として構成される三角形の組み合わせと考え、空隙系モデルとして図-3のような三角セルモデル（乱数モデルと呼ぶ）を考える。

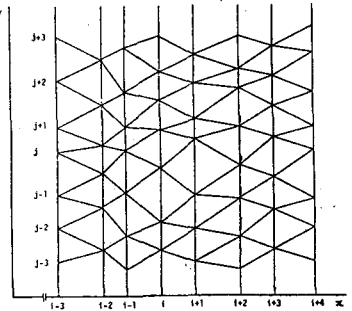


図-3

3.基礎式 流れは定常とし、層流領域では実流速 u_i は流れ方向のヒエゾ水頭こう配 $\frac{dh}{dx}$ に比例するとすれば、次式を得る。

$$u_i = -C \left(\frac{dh}{dx} \right)_i \quad (1) \quad g_i = -C a_i \left(\frac{dh}{dx} \right)_i \quad (2)$$

ここに、 C は比例定数、 g_i は個々の空隙での流量、 a_i は空隙の断面積である。又方向のヒエゾ水頭こう配を $\frac{dh}{dx}$ 、流れ方向と x 軸のなす角度を θ_i とすると、 $\left(\frac{dh}{dx} \right)_i = \left(\frac{dh}{dx} \right) \cos \theta_i$ と仮定し、総流量 $Q = \sum g_i$ を用いれば、

$$g_i = -C a_i \cos \theta_i \frac{dh}{dx} \quad (3) \quad g_i = \frac{a_i \cos \theta_i}{\sum a_i \cos \theta_i} Q \quad (4)$$

を得る。これらを考慮して、図-4のように流れの場を仮定すれば、連続式

$$g_{x(i,j)} - g_{x(i,j)} - g_{x(i,j)} = 0 \quad (5) \quad g_{x(i,j)} + g_{x(i,j)} - g_{x(i,j)} = 0 \quad (6)$$

が成立する。(4)式より、 a を空隙要素 l_i で置き換えれば、 $g_{x(i,j)}$, $g_{y(i,j)}$, $g_{z(i,j)}$ は次式で与えられる。

$$g_{acj} = \frac{L_{acj} \cos \theta_{acj}}{\sum L_{acj} \cos \theta_{acj}} Q \quad (7) \quad g_{bcj} = \frac{L_{bcj} \cos \theta_{bcj}}{L_{acj} \cos \theta_{acj} + L_{bcj} \cos \theta_{bcj}} g_{acj} \quad (8)$$

$$g_{rcj} = \frac{L_{rcj} \cos \theta_{rcj}}{L_{acj} \cos \theta_{acj} + L_{bcj} \cos \theta_{bcj}} g_{acj} \quad (9)$$

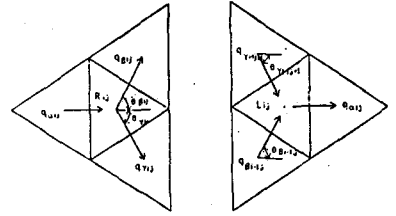


図-4

つぎに、空隙系の複雑な形状によつて流れに関係しない流速がない領域（貯留域とする）の存在を仮定すれば、空隙域は貯留域と移流域とに分割される。空隙域の面積を

V 、移流域の面積を V_a 、貯留域の面積を V_d として、 V と V_d との比を貯留域比 P とすれば、

$$V_a = (1-P)V \quad (10) \quad V_d = P \cdot V \quad (11)$$

となる。つぎに、この移流域および貯留域における物質の移動を「つぎ」のようにモデル化する。すなわち、移流域を通り輸送されてきた分散物質は、一旦貯留域に存在する分散物質と完全に混合し（混合過程）、次の隣隣接する三角セルへ移流される（移流過程）とする。それぞれの過程において成立する式はつぎのようになる。

混合過程

$$C_{acj}(t+\frac{1}{2}\delta t) V_{acj} = C_{acj}(t) V_{acj} + C_{rcj}(t-\frac{1}{2}\delta t) V_{rcj} \quad (12)$$

$$C_{bcj}(t+\frac{1}{2}\delta t) V_{bcj} = C_{bcj}(t) V_{bcj} + C_{rcj}(t-\frac{1}{2}\delta t) V_{rcj} \quad (13)$$

移流過程

$$\{C_{acj}(t+\delta t) - C_{acj}(t+\frac{1}{2}\delta t)\} V_{acj} = \{C_{bcj}(t+\frac{1}{2}\delta t) - C_{rcj}(t+\frac{1}{2}\delta t)\} g_{bcj} \frac{\delta x}{2} \quad (14)$$

$$\{C_{bcj}(t+\delta t) - C_{bcj}(t+\frac{1}{2}\delta t)\} V_{bcj} = \{C_{a(j-1)}(t+\frac{1}{2}\delta t) g_{a(j-1)} + C_{r(j-1)}(t+\frac{1}{2}\delta t) g_{r(j-1)} - C_{bcj}(t+\frac{1}{2}\delta t) g_{bcj}\} \frac{\delta x}{2} \quad (15)$$

ここに、 R_{ij} および L_{ij} はそれぞれ三角セルを意味する。(図-4参照)

4. シミュレーション結果 数値シミュレーションは空隙率 $\lambda=0.4$ のもとに流量 Q 、粒径 D および貯留域比 P の影響をみるために実施した。また、比較のため粒子が規則的に配列されている三角セルモデル（理想モデルと呼ぶ）についてもシミュレーションを行なった。初期条件は、縦分散については $C(0,y)=C_0(t \geq 0)$ 、 $C(x,0)=0(x \geq 0)$ 、 $C(\infty,t)=C(t \geq 0)$ 、横分散については $C(0,y)=C_0(0 \leq y < \infty)$ 、 $C(0,y)=0(-\infty < y < 0)$ 、 $\partial C / \partial y = 0(y = \pm \infty)$ である。シミュレーション結果より、縦分散係数 D_L および横分散係数 D_T は流速 u および

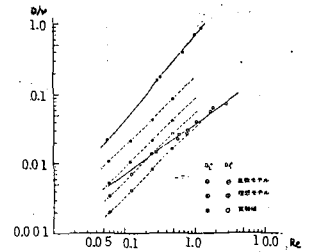


図-5

粒径 D に比例しており、比例定数は乱数モデルの方が理想モデルより大きく、空隙系の不規則性により分散が大きくなっている。実験値⁽¹⁾と比較すると D_L および D_T は Re 数に比例して大きくなっており、定性的には一致しているといえるが、 D_L の値は計算値の方が小さくなっている。これは、三角セルモデルにおいて上述のよ

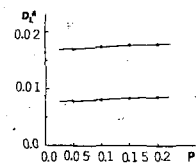


図-6

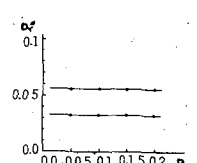


図-7

うに縦方向に規則性を与えたためと考えられる。また、 P の増大とともに D_L はわずかに増えるが、 D_T は P の値にほぼ等しいという結果が得られた。

参考文献 (1) D. R. F. Harleman and R. R.umer; Longitudinal and lateral dispersion in isotropic medium, Fluid Mech. 1963