

氾濫水水理の数値解析

京都大学工学部 正員 岩佐 義朗
 京都大学大学院 学生員 水鳥 雅文
 // // 井出 康郎

1.はじめに：破堤によって生じる堤内地氾濫水の平面的な挙動に関する水理学的な解析は、氾濫時の避難システムなどを考える上で最も基礎的な資料と与えるものとして非常に重要であるにもかかわらず、その数学的取扱いのむずかしさから、従来十分に行なわれているとは言えない状態にある。本報は、二次元平面流れに関する水理学的な基礎式に、コントロールボリュームの概念を導入したモデルを構成し、これに基づく数値解析法について述べるとともに、仮想的流域に対して、実際に計算を行なった結果を報告するものである。

2.基礎式：氾濫水の基礎式は、流体力学の原理を適用した次式により構成されるとする。

$$\text{連続式: } \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\text{運動方程式: } \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \quad (4)$$

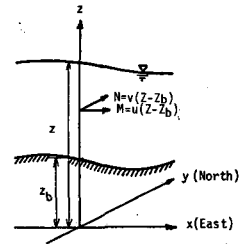


図-1

ただし、水平面内に、東向きにx軸、北向きにy軸をとり、鉛直上方向にz軸をとる。いま、(4)式において、鉛直方向の加速度が十分小さいものとするれば、 $p = \rho g(z - z_b)$ 、つまり静水圧分布が得られる。ここでZは、考えている点の水位である。

3.現象のモデル化：図-2のようなコントロールボリュームを考え、このボリューム内で(1)、(2)および(3)式を積分して、ここでの数学モデルの基礎式として、次式を得る。

$$(1) \text{式より、} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} |M|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{\Delta y} |N|_{y_j}^{y_{j+1}} = 0 \quad (5)$$

$$(2) \text{式より、} \frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} |uM|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{\Delta y} |vM|_{y_j}^{y_{j+1}} = -gh \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\tau_{xb}}{\rho} \quad (6)$$

$$(3) \text{式より、} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} |uN|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{\Delta y} |vN|_{y_j}^{y_{j+1}} = -gh \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\tau_{yb}}{\rho} \quad (7)$$

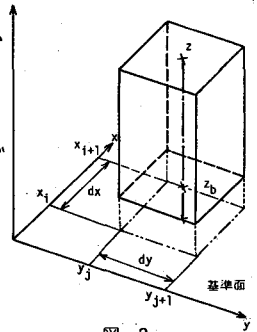


図-2

ただし、 $h = Z - z_b$ で、Zおよび z_b は考えているコントロールボリュームの平均水位と平均地盤高であり、 z_b は時間的に変化しないとする。

4.差分式：格子点番号およびそれぞれのしに対する量を図-3のように定める。計算にはmulti-levelのstaggered schemeを用い、これに従い、(5)、(6)および(7)式は、次式のように差分化される。

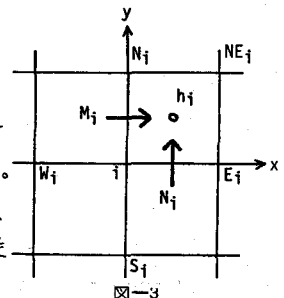


図-3

$$(5) \text{ 式より } \frac{h_i^{m2} - h_i^{m1}}{2\Delta t} + \frac{M_{Ei}^{m1} - M_{Ei}^{m2}}{\Delta x} + \frac{N_{Si}^{m1} - N_{Si}^{m2}}{\Delta y} = 0 \quad (8)$$

$$(6) \text{ 式より } \frac{M_{Ei}^{m2} - M_{Ei}^{m1}}{2\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{1}{h_i^{m2}} \left(\frac{M_{Ei}^{m1} + M_{Ei}^{m2}}{2} \right)^2 - \frac{1}{h_{wi}^{m2}} \left(\frac{M_{Ei}^{m1} + M_{Ei}^{m2}}{2} \right)^2 \right] \\ + \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{1}{h_{wi}^{m2} + h_i^{m2} + h_{wi}^{m2} + h_{wi}^{m2}} (M_{Ei}^{m1} + M_{Ei}^{m2})(N_{Si}^{m1} + N_{Si}^{m2}) - \frac{(M_{Ei}^{m1} + M_{Ei}^{m2})(N_{Si}^{m1} + N_{Si}^{m2})}{h_{wi}^{m2} + h_{wi}^{m2} + h_i^{m2} + h_{wi}^{m2}} \right] = -g \frac{(h_i^{m2} + h_{wi}^{m2})(Z_i - Z_{Si}^{m2})}{2\Delta x} - g(h_i^{m2} + h_{wi}^{m2}) S_{f,i+\frac{1}{2}}^{m2} \quad (9)$$

$$(7) \text{ 式より } \frac{N_{Si}^{m2} - N_{Si}^{m1}}{2\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{(M_{Ei}^{m1} + M_{Ei}^{m2})(N_{Si}^{m1} + N_{Si}^{m2})}{h_i^{m2} + h_{wi}^{m2} + h_{wi}^{m2} + h_{wi}^{m2}} - \frac{(M_{Ei}^{m1} + M_{Ei}^{m2})(N_{Si}^{m1} + N_{Si}^{m2})}{h_{wi}^{m2} + h_{wi}^{m2} + h_i^{m2} + h_{wi}^{m2}} \right] \\ + \frac{1}{\Delta y} \left[\frac{1}{h_i^{m2}} \left(\frac{N_{Si}^{m1} + N_{Si}^{m2}}{2} \right)^2 - \frac{1}{h_{wi}^{m2}} \left(\frac{N_{Si}^{m1} + N_{Si}^{m2}}{2} \right)^2 \right] = -g \frac{(h_i^{m2} + h_{wi}^{m2})(Z_i - Z_{Si}^{m2})}{2\Delta y} - g(h_i^{m2} + h_{wi}^{m2}) S_{f,i+\frac{1}{2}}^{m2} \quad (10)$$

ここで、 RN_i を格子点 i の Manning の粗度係数とすると、Manning の抵抗則より、

$$S_{f,i+\frac{1}{2}}^{m2} = n_g^2 \frac{(M_{Ei}^{m2} + M_{Ei}^{m1}) \sqrt{u_g^2 + v_g^2}}{2(h_i^{m2} + h_{wi}^{m2})^{2/3}}, \quad n_g = \frac{RN_i + RN_{wi}}{2}, \quad u_g = \frac{2M_{Ei}^{m2}}{h_i^{m2} + h_{wi}^{m2}}, \quad v_g = \frac{N_{Si}^{m1} + N_{Si}^{m2} + N_{wi}^{m1} + N_{wi}^{m2}}{2(h_i^{m2} + h_{wi}^{m2})}$$

とする。 $S_{f,i+\frac{1}{2}}^{m2}$ についても同様である。

5. 初期条件および境界条件：初期条件として、対象堤内地域のすべての点において水深および流量フラックスを0とした。境界条件は、つぎのように設定した。(i) 堤防に直角方向の流量フラックスは0とする。(ii) 破堤箇所においては、越流流量ハイドログラフを与え、これより流量フラックスを定める。(iii) 氾濫水先端部では、水深がある微小な水深より小さければ、この点には浸水が及んでないとして計算を省略する。

6. 計算結果：仮想的に考えられた地域に対して、数値計算を行

った結果の例が図-4および5で、破堤1時間後の水深

図および流量フラックスベクトル図が示されている。こ

れらと、ここで与えた地盤高とを考慮合わせると、氾濫

水は地形条件に従って漸次地盤高の低い方へ伝播しつつ、

湛水が生じており、さわめて妥当な結果とみることがで

きる。図-6は、前図と同時刻の堤内地中央付近の縦断

面水位図であり、図中の矢印は流量フラックスの方向を

示している。これより、この段階では相当の水面勾配が

現われていると同時に、局所的な地形の影響を強く受け、

部分的に射流が現われているとみられる箇所もある。図

-7は、流域中央付近のある点における水深ハイドログラフで、この図より、破堤後2時

間位までは小さな変動をみせるものの、その後は水深が徐々に増加していることが見られ

浸水の伝播と湛水の発生という2つの過程が良くとらえられている。これらの結果から、

堤内地の氾濫水の挙動をこのモデルによって解析することが可能であると結論されよう。

今後は、堤外地（河道）の洪水の挙動をも含めて解析しうるモデルの開発につとめたい。

