分布型流出モデルの構成とその同定に関する一考察

京都大学工学部　正員　高棹　琢馬
京都大学防災研究所　正員　池淵　周一
京都大学工学部　学生員○谷本　光司
西松建設　正員　近成　篤佳

1．序論　本研究では水資源システムのなかでも主に利水目的に重点を置き，水利用システムの広汎，多岐かつ複雑性を考慮して，分布型のシステムモデルを構成するとともに，モデルパラメータの同定に，非線形最適化手法のひとつである共役方向法を適用することを試みたものである。

2．モデル構成の基本と定式化　ここでいう分布型のシステムモデルとは，流域を地形・地質特性，降雨の空間分布特性などを考慮して分割し，個々の分割流域は集中型システムと捉えながら，その集合体として流域全体をとらえる意味で，分布化されたシステムモデルを意味している。この分割流域の流出機構は流域貯留量をS，降雨および流入流量をR流出流量をQとすると次式で表現される。

$$dS/dt = R - Q \tag{1}$$

このSとQに一意的な関係を与えれば流出モデルが定式化されるが，本研究では次のふたつの場合を考える。すなわち

$$S = k \cdot Q \tag{2}$$

$$S = k_1 Q^N + k_2 \cdot (dQ/dt) \tag{3}$$

ここにk，$k_1 \cdot k_2$，Nは流域固有のパラメータであるが，ここで扱う流域は細分されたものであり，ひとつひとつを線形貯水池と仮定するとN＝1となる。(2)，(3)式を(1)式に代入して分割流域流出モデルが次のように定式化される。

$$k \cdot (dQ/dt) + Q = R \tag{4}$$

$$k_2 (d^2Q/dt^2) + k_1 (dQ/dt) + Q = R \tag{5}$$

これをもとに流域全体を連立微分方程式系で表現すると次のようになる。

$$A \cdot (dQ/dt) + B \cdot Q = R \tag{6}$$

$$A_2 \cdot (d^2Q/dt^2) + A_1 \cdot (dQ/dt) + B \cdot Q = R \tag{7}$$

ここに分割流域数をnとすると，Q・Rは各分割流域の入出力を示すn次元ベクトル，A A_1・A_2は対角要素が各分割流域のパラメータで他は0のn×n行列，Bは分割流域の結合状態を示すn×n行列で対角要素が1，j分割流域からi分割流域に流入があるとき，i,j要素が−1，他は0である。

いま，利水目的に重点を置くことを考えれば，降雨と流量は日降雨量と日平均流量を取れば充分であり，降雨を一日毎の定数と仮定すれば(6)，(7)式とも簡単に解くことができる。すなわちi番目の分割流域の末端流出流量は，

$$Q_i(t) = g_i\{R, B, K, C\} \tag{8}$$

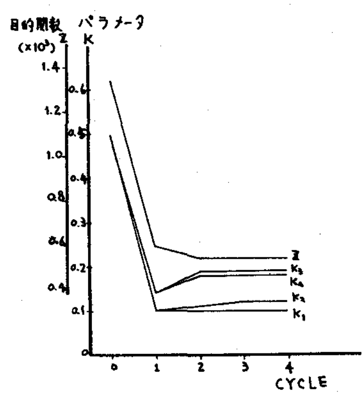
となる。ここにKは流域パラメータの集合，Cは積分定数の集合である。Cは各流域の初期流量を与えれば決定できるが，流量観測を行っていない分割流域については未知のパラメータとして後に同定することができる。次にパラメータ同定のために目的関数として，計算流量と観測流量の誤差の二乗平均の最小化をとると，

$$Z = \sum_{l=1}^{N} \left\{ \hat{Q}(l \cdot \Delta t) - Q_n(l \cdot \Delta t) \right\}^2 \longrightarrow min \qquad (9)$$

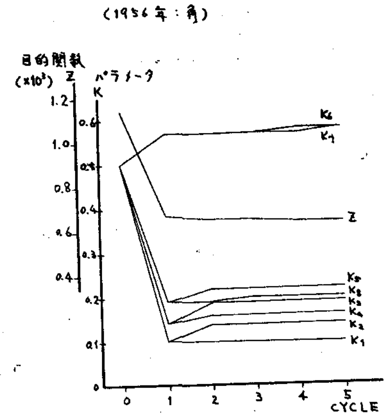
となる。ここにnは観測点のある末端の分割流域番号，Nは計算期間，Δtは1日である。

3．共役方向法と黄金分割法　目的関数(9)式は非線形であり，かつパラメータは物理的な上限をもつ正数という制約がある。これを解くには非線形最適化手法が必要となり，その中でも共役方向法が有力である。これは，ある初期点x^0から出発して，与えられたn個の一次独立な方向に沿った最小化を1サイクルとし，目的関数値およびxがある値に収束するまでこのサイクルを繰り返すものである。また，一方向での最小化においては，目的関数の単峰性を仮定して黄金分割法を用いることにした。

4．実流域への適用と考察　本研究では実流域として由良川をとりあげ，これを8個の流域に分割した。上流から順に流域番号を付すと，流量観測地点のある荒倉，角，福知山はそれぞれ1，4，8番目の流域となる。SとQの間に(2)式の関係をおき，角の観測値を用いて上流4流域のパラメータを同定した場合と，福知山の観測値を用いて全8流域のパラメータを同定した場合の目的関数値およびパラメータ値の推移を図－1，2に示す。他の結果とも合わせると，パラメータの安定性はかなり得られたが次のような問題点が明らかとなった。①降雨損失を考慮していないために，計算流量が過大となり，誤差も大きい。②流量観測地点から遠い流域のパラメータは同定精度が悪く充分信頼しがたい。③大規模な降雨の時期には非線形成分を表現しきれない。④初期値および制約条件によって計算時間と精度がかなり変化する。これらの問題点により，当初の目的である流域内の流量観測を行っていない任意地点の流量予測を充分に行なうにはいたっていない。こうした問題点を改良していく方向としては，①降雨損失，蒸発散を考慮した有効降雨系列の導入および非線形成分の取扱い，②上流端流入量と降雨の分離効果の導入などが考えられる。



図－1．パラメータと目的関数値の推移
（1956年：角）



図－2．パラメータと目的関数値の推移
（1956年：福知山）

5．結語　本研究では，由良川を例にとり分布型流出モデルの構成を図り，いくつかの問題点を提起した。流出システムをより忠実に表現する意味で，(3)式のモデル構成を適用するとともに，上述の改善の方向性を展開していきたい。