流出システムの同定・フィルタリング・予測に関する研究

京都大学工学部　正員　高棹琢馬
京都大学工学部　正員　椎葉充晴
運輸省　正員○森川雅行
前田建設　正員　北川吉信

1.はじめに

従来の洪水予報は1つのハイドログラフに対して1つのハイドログラフというように決定論的に議論されてきた。本来、洪水予報は予測洪水に対して、あらかじめなんらかの行動をするべくなされるので、洪水予報は単に予測値だけでなく予測の精度をも示さなければならない。

一般に流出現象を忠実に表現するモデル構成は不可能であり、モデル構成の際には何らかの現象の簡略化，理想化が必要となる。こうして構成されたモデルは誤差を含んでおり、このモデル誤差を償うものとして確率的な外乱をモデルに付与することが考えられる。さらに、システムを観測する際に確率的な誤差が入ってくることを避けることはできない。

本研究は、このような動的でストカスティックな流出システムにフィルタリング理論を適用することにより、確率論的な洪水予報モデルの枠組を構成しようとする。

2.流出システムの同定

フィルタリング理論を適用する際には、流出システムのモデル定数を同定しておく必要がある。以下に、一連の降雨・流量データから準線形化反復法により流出システムの定数を同定する手法を述べる。[1]

いま、流出システムが有限個の状態量$x_1,\cdots,x_n$で決定され、状態の推移が

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x, w; t) \tag{1}$$

であらわされ、流出流量yは

$$y = g(x, w; t) \tag{2}$$

によって決定されるものとする。ここで、x, wはそれぞれ状態ベクトル，定数ベクトルで$x^T=(x_1,\cdots,x_n)$，$w^T=(w_1,\cdots,w_m)$である。

$$S = \sum_{a=1}^{M} W(t_a)\left[y(t_a) - y_0(t_a)\right]^2 \tag{3}$$

であらわされる計算流量$y(t_a)$と観測流量$y_0(t_a)$との差の重みつき2乗和を最小にするように、定数および状態量の推移を決定することを考える。

いま、準線形化法での反復ステップkでの定数ベクトル、状態量ベクトルの推定値が得られているとして、(1)式，(2)式をx^k, w^kの回りで準線形化すると

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x^k, w^k; t) + \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(x_j - x_j^k) + \sum_l \frac{\partial f_i}{\partial w_l}(w_l - w_l^k) \tag{4}$$

$$y = g(x^k, w^k; t) + \sum_j \frac{\partial g}{\partial x_j}(x_j - x_j^k) + \sum_l \frac{\partial g}{\partial w_l}(w_l - w_l^k) \tag{5}$$

が得られる。(4)，(5)式より(3)式は状態量の初期値と定数の2次関数になるので、(3)式を最小にする問題は制約条件のある場合の2次関数の最小化問題に帰着する。この問題の解法としては、可変計量法，実行可能方向法などの非線形最適化問題の反復解法や2次計画法などが考えられる。

このような手法で求められた(3)式を最小にする状態量の初期値と定数を次のステップでの解として計算を進めることにする。

本研究では、この準線形化反復解法を淀川水系の比奈知川流域に適用したが、その結果については講演時に詳述する。

3.流出システムのフィルタリング・予測

いままさに洪水を予報せんとする時には

時々刻々入手される降雨・流量データを最大限に利用して、フィルタリングにより現在のシステムの状態を推定し、かつプレディクションにより将来におけるそれらの挙動および流出流量を予測しなければならない。

フィルタリング，プレディクション理論によれば、現在および将来におけるシステムの状態の推定値が得られるとともに，推定誤差の共分散行列が得られるので、予報の精度を論じるのには都合がよい。

流出システムは一般に非線形で

$$\frac{dx_t}{dt} = f(x_t, t) + G(t) w_t \qquad t \geq t_0 \qquad (6)$$

$$y_{t_k} = h(x_k, t_k) + v_k \qquad k=1,2,\cdots \qquad (7)$$

のように表される。ここで f は n 次ベクトル値関数，G は $n \times r$ の行列，$\{w_t\}$ は平均 0 の白色正規雑音過程で $\mathcal{E}\{w_t w_\tau^T\} = Q(t)\delta(t-\tau)$，$\delta$ はディラックの超関数，$x_{t_0} \sim N(\hat{x}_{t_0}, P_{t_0})$ である。また、h は m 次ベクトル値関数，$\{v_k, k=1,\cdots\}$ は m 次白色正規雑音系列で，$v_k \sim N(0, R_k)$，$R_k, Q(t)$ はそれぞれ誤差の共分散行列である。本研究では，システムの非線形性を考慮して、反復線形フィルタースムーザ[2]によりフィルタリングを行なう。

洪水を予測するためには，将来のハイエトグラフの予測は必要不可欠である。降雨はある気象システムからの出力と考えられ，また観測が離散的であることを考えると、気象システムは次のように表される。

$$\xi_{k+1} = \varphi(\xi_k, t_k) + \Gamma(t_k) w_{k+1} \qquad (8)$$

$$Y_k = h(\xi_k, t_k) + u_k \qquad k=0,1,\cdots \qquad (9)$$

ここで ξ_k は時刻 t_k での気象システムの状態量ベクトル，Y_k は降雨強度，φ, h は一般に非線形の関数，$\Gamma(t_k)$ は定数行列で，w_{k+1}, u_k は誤差である。

(6),(7),(8),(9)式より，プレディクションを行わなければならないが、本研究では離散システムに対する正規2次プレディクターと連続システムに対する拡張カルマンプレディクターを組み合わせて用いることにする。

4.数値シミュレーション

本研究では実際の降雨についての気象システムモデルは構成せずに、仮想モデルを用いて、数値シミュレーションにより理論の検証を行なう。

図1はシミュレートされたハイドログラフに時刻 $T_k=10, 15, 20, 25$ からそれぞれ10時間後まで毎時予測した流量を示したものであり、図2は3時間後の流量推定値と真値との誤差および標準偏差を示したものである。詳細は講演時に述べる。

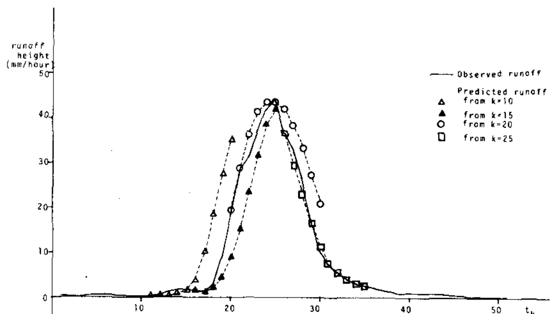

fig.1 Predicted runoff

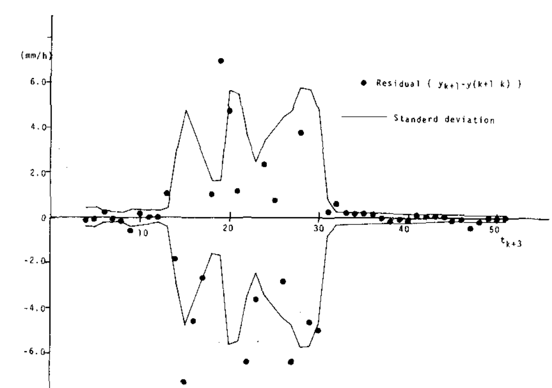

fig.2 Predicted runoff $y(k+3\ k)$
Residual & Standerd deviation (3 hours later)

参考文献) (1) R.Bellman and Kalaba,R: Quasilinearization and Nonlinear Boundary-Value Problems, Elsevier, New York (1965)

(2) Jazwinski, A.H.: Stochastic Process and Filtering theory, Academic Press, New York (1970)