洪水の時・空間生起確率算定に関する２，３の考察

京都大学工学部　正員　高棹琢馬
京都大学防災研究所　正員　池淵周一
飛島建設　正員　○横田篤
福井県　正員　脇本幹雄

[1]．はしがき

治水計画は通常，計画基準点で定められたある確率年（あるいは超過確率）の計画降雨を流出変換し，その計画洪水量に対処するように策定される。しかし，治水計画策定の現況は，流域をLumpedした形での評価を不十分なものとしている。本研究は，こうした事情にかんがみ，降雨の時・空間従属性，ダム操作・破堤氾濫効果を導入した洪水の生起確率算定法を提案し，水系一貫した治水計画策定の一助にしようとするものである。

[2]．部分流域および部分流域間の降雨，流出流量の時・空間分布モデル

洪水の時・空間生起確率を誘導する意味で次の仮定をもうける。(1)河川システムは部分流域の複合体で構成される。(2)流入量（部分流域の降雨，流出量）は一様でないマルコフ連鎖に従属した確率変数である。今，治水計画のscreening modelを構成する立場から，流出変換モデルとして単位図法を採用すると，２つの部分流域i，jからの流出量$I_i(t)$，$I_j(t+n)$の間で，時間的・空間的に一様でない流出量の条件付き確率は次式のように与えられる。

$I_i(t)=\sum_{\tau=0}^{T}h_i(\tau)R_i(t-\tau)$，$I_j(t+n)=\sum_{\tau=0}^{T}h_j(\tau)R_j(t+n-\tau)$を（ここに，$h(\tau)$は単位図，Tは降雨が流量に影響を及ぼす時間数，$R(t)$は有効降雨），流量規模に応じ離散的な値に変換すると，

$$P_r\{I_j(t+n)=l\,|\,I_i(t)=k\}=P_r\{I_i(t)=k\cap I_j(t+n)=l\}\,/\,P_r\{I_i(t)=k\}$$

$$=\sum_{\left\{\begin{subarray}{l}k=\sum_{\tau=0}^{T}h_i(\tau)R_i(t-\tau)\\ l=\sum_{\tau=0}^{T}h_j(\tau)R_j(t+n-\tau)\end{subarray}\right\}}\left[P_r\{R_i(t)\cap R_i(t-1)\cap\cdots\cap R_i(t-T)\cap R_j(t+n)\cap R_j(t+n-1)\cap\cdots\cap R_j(t+n-T)\}\,/\,P_r\{R_i(t)\cap R_i(t-1)\cap\cdots\cap R_i(t-T)\}\right]$$

また，R_i，R_j系列個々は１時間前のそれぞれに，(R_i, R_j)の対も１時間前のそれにのみ従属すると考えると，

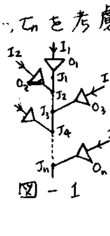
$$=\sum_{\left\{\begin{subarray}{l}k=\sum_{\tau=0}^{T}h_i(\tau)R_i(t-\tau)\\ l=\sum_{\tau=0}^{T}h_j(\tau)R_j(t+n-\tau)\end{subarray}\right\}}\Big[P_r\{R_i(t-T)\}\cdot P_r\{R_i(t+1-T)|R_i(t-T)\}\cdots P_r\{R_i(t+n-T)|R_i(t+n-1-T)\}\cdot P_r\{R_i(t+n-T)\cap R_j(t+n-T)|R_i(t+n-1-T)\cap R_j(t+n-1-T)\}\cdots P_r\{R_i(t)\cap R_j(t)|R_i(t-1)\cap R_j(t-1)\}\cdot P_r\{R_j(t+1)|R_i(t)\cap R_j(t)\}\cdot P_r\{R_j(t+2)|R_j(t+1)\}\cdots P_r\{R_j(t+n)|R_i(t+n-1)\}\,/\,P_r\{R_i(t-T)\}\cdot P_r\{R_i(t-T+1)|R_i(t-T)\}\cdots P_r\{R_i(t)|R_i(t-1)\}\Big]\quad\text{----- (1)}$$

ここに，$\left\{\begin{subarray}{l}k=\sum_{\tau=0}^{T}h_i(\tau)R_i(t-\tau)\\ l=\sum_{\tau=0}^{T}h_j(\tau)R_j(t+n-\tau)\end{subarray}\right\}$は，$k=\sum_{\tau=0}^{T}h_i(\tau)R_i(t-\tau)$，$l=\sum_{\tau=0}^{T}h_j(\tau)R_j(t+n-\tau)$を満たすT時間連続降雨系列の集合を意味する。もちろん，i，j流域からの流出量の同時刻での条件付き確率はnにゼロを代入すればよく，単位図法でなく一般の非線形流出モデルを用いる場合はそれぞれの流量の組み合わせを満たす降雨系列群の生起確率を導入すればよいことになる。

[3]．洪水の時・空間生起確率算定法

部分流域からの流出量は線形合流流下するとして図－１のような河川システムをとりあげると，合流点$J_1, J_2, \cdots, J_n$に時刻tに流入した互いに空間的に従属した$I_1(t), I_2(t), \cdots, I_n(t)$単位の流量（離散的な値$0, 1, \cdots, S$をとると仮定）は，合流点$J_2, J_3, \cdots, J_{n+1}$への到達時間$\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_n$を考慮すると，$r$地点で合成流量$I_1(t)+I_2(t+\tau_1)+\cdots+I_r(t+\sum_{i=1}^{r-1}\tau_i)$をもたらす。その生起確率として一様でない有限マルコフ連鎖に従属した確率変数の和はshift operation(＊)[1)]を用いて次式で与えられる。　$\mathbb{U}_r(t+\tau_1+\cdots+\tau_{r-1})=\mathbb{P}_1(t)*\mathbb{P}_2(t+\tau_1)*\cdots*\mathbb{P}_r(t+\tau_1+\cdots+\tau_{r-1})$，$\mathbb{U}_r\cdot\mathbb{E}=\{P_0^{(r)}(t+\tau_1+\cdots+\tau_{r-1}),\cdots,P_{rS}^{(r)}(t+\tau_1+\cdots+\tau_{r-1})\}$

ここに，$\mathbb{P}_1(t)=\{P_0^{(1)}(t), P_1^{(1)}(t), \cdots, P_S^{(1)}(t)\}$，$\mathbb{P}_k(t+\sum_{l=1}^{k-1}\tau_l)=P_{r_0}\{I_k(t+\sum_{l=1}^{k-1}\tau_l)=j\,|\,I_{k-1}(t+\sum_{l=1}^{k-2}\tau_l)=i\}=\{P_{ij}^{(k)}(t+\sum_{l=1}^{k-1}\tau_l)\}$，$\mathbb{E}'=(1,1,\cdots,1)$である。

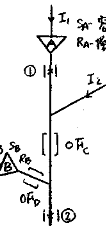


図－１

このように考えると，r地点での河道疏通能力F_rとの比較から，洪水の生起確率g_rが次式で与えられる。 $g_r(t+\sum_{l=1}^{r-1}\tau_l)=P_r\{I_r(t+\sum_{l=1}^{r-1}\tau_l)>F_r\}=1-\sum_{i=1}^{[F_r]}P_i^{(r)}(t+\sum_{l=1}^{r-1}\tau_l)$ ここに，$[F_r]$はF_rの整数部を表わす。なお，ダム操作および破堤氾濫効果を導入した算定法は参考文献(2)を参照されたい。

[4]，Chance Constraint モデルを用いた治水計画策定法

複数の洪水防御地点で洪水（河道疏通能力を超える）の生起確率をある一定値αに抑えながらダム建設，河道改修などの配置，規模，操作に要する費用を最小に，あるいは防御効果による純便益を最大にするといった形で水系一貫した治水計画を立案することを考える。今，図－2の河川システムにこの方法を適用する。ダムA，B，破堤氾濫を許す箇所OF_C，OF_D，評価地点①，②で流入量をIとする。目的関数は次式のように与えられる。

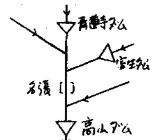


図－2

$\max_{X}\{B(X)-C(X)\}=\sum_{t=1}^{T}\{B_{1t}(S_A,R_A,X_①)-C_{1t}(S_A,R_A,X_①)\}+\sum_{t=1}^{T}\{B_{2t}(S_B,R_B,X_②)-C_{2t}(S_B,R_B,X_②)\}$ ここに，Xは決定変数でダムの規模，操作ルール，評価地点での河道改修規模に相当する。一方，制約条件は次式の確率制約条件を考える。 $P(Q_①\geq X_①)<1-\alpha_1$，$P(Q_②\geq X_②)<1-\alpha_2$ これらは，次式の確定制約条件と等価になる。 $X_①\geq Q_①^{(1-\alpha_1)}$，$X_②\geq Q_②^{(1-\alpha_2)}$ ここに，$X_①$，$X_②$は①，②での河道疏通能力で決定すべき河道改修規模，$Q_①^{(1-\alpha_1)}$，$Q_②^{(1-\alpha_2)}$は①，②を通過する洪水流量$Q_①$，$Q_②$の確率関数の$1-\alpha_1$，$1-\alpha_2$に相当する値であり[3]より求められる。さらに多くのダム計画，河道改修計画を含んだシステムではシミュレーション探索法を採用することになろう。もちろん，既設のダム，その操作効果もshift operationによって洪水流量の算定のなかに組み込まれている。

[5]，マルコフ連鎖モデルを用いた部分流域間の流量および洪水生起確率算定法の適用例

本研究では，木津川水系のうち特に高山ダム上流域（図－3）を対象とし，各部分流域の平均降雨量は「菅野」，「曽爾」，「古市場」，「笠間」の4地点で得た1973年から1977年までの67ケースの時間降水量のデータを用いた。なお，計算例を示す意味で表－1の降雨規模を仮定し，また「菅野」，「曽爾」の隣接部分流域の流出変換モデルに単位図を用い，$h(1)=0.1$，$h(2)=0.6$，$h(3)=0.3$と設定して（1）式に適用することで，「菅野」，「曽爾」両部分流域間の流量の生起確率を算定することができる。これらの結果をshift operationを用い線形合流流下，ダム操作・破堤氾濫効果を考慮して図－3の河川システムに適用すれば，高山ダム下流の洪水の生起確率を算定することができる。



図－3

降雨量	規模
0 ～ 4 mm	1
5 ～ 9 mm	2
10 ～ 14 mm	3
15 ～ 19 mm	4
20mm ～	5

表－1

[6]，あとがき

以上，降雨の時・空間従属性を考慮した洪水の生起確率の算定法を展開し，この情報を水資源システムの計画，設計，操作問題に有効に利用する最適化手法としてのchance constraintモデルを治水計画に適用する基本的な考え方を示したが，洪水流下の線形合流，流出変換モデルとしての単位図，ダム放流操作が流入量の関数で表現されると仮定したが実際上の解析目的などとも関連して，今後，これらの仮定，前提条件のより詳細な検討をはかっていきたい。

［参考文献］ 1) W. J. Conover ; The distribution of $\sum_{0}^{n}f(Y_t)$, where $(Y_0, Y_1, \cdots)$ is a realization of a non-homogeneous finite-state Markov chain, Biometrika 52 (1965), no.1 2) 第32回年次学術講演会講演概要集第2部 pp. 125