

粒子流の流動式

立命館大学理工学部 大同淳之

1 はしがき 斜面上を砂れきのような粒子が水と含んで流動するとき、流体と同じような挙動とすると共に、そこには流体とは違った、いくつかの特性がみられる。まずせん断力の大きさによる流動状態の差異で、斜面こう配が小さく、粒子の粒径が比較的小さいとき、例之は標準砂を用いた著者の実験では、感覚的には油の流れとみけとられたものもあるが、一方、こう配の急な、粗い粒子を対象にしたときは激しい粒子間の衝突が見受けられる。2番目は、流れの不等流化傾向であって流動することによつて流動厚さが増すことである。この原因には、高橋¹⁾によつて解析された段波の発達過程あるいは流れの底面侵食による流動厚の増加等が考えられるが、他に粒子流のもつ本質的な性質によるものと考えられる。3番目には、流動時に生ずる粒子の粒径の篩分け現象である。これらの解析は上述の現象がすべて一つの赤き方に従つて表現されるべきである。そのためには、出来るかぎり徹視的な取扱いを行うべきであるが、これらのモデル化は多くの困難を残している。本報では、2番目の問題に対して、著者らが行なっている粒子流のせん断試験と基礎式に導入した巨視的な取扱いによる不等流化傾向が流れにおよぼす影響を求めた結果と述べ、次に3番目の篩分け現象の機構の一つについて著者の赤き方と述べた。すなわち、著者の行なつた実験では、篩分け現象が、粒子の流線が水路こう配よりゆるいこう配で流動厚と横切るような条件下で顕著であることから、篩分け機構の一つとして、このような場合の取扱いの赤き方と示した。

2. 法線応力が斜面上の粒子流に及ぼす効果

著者らは、粒子流のせん断試験において、せん断方向と直角方向に法線応力の存在と認めた。この効果を基礎式に導入するため、これが弾性体のせん断時の締めつけ効果と同じであることから、弾性体の有限変形の式と拡張して、応力とひずみ速度の関係を周知の記号を用いて次のように表わした。

$$p_{rs} = -p\delta_{rs} + 2\mu\dot{\epsilon}_{rs} + 4\mu_c\dot{\epsilon}_{rd}\dot{\epsilon}_{rs} \quad (1)$$

ここに、 μ_c は締めつけ効果における交叉弾性率に対応して、交叉粘性率と呼ぶ。 $(\partial u/\partial x)^2$
 $(\partial w/\partial x)^2$ は小さいとして省略すると

$$\begin{aligned} p_{xx} &= -p + 2\mu(\partial u/\partial x) + \mu_c(\partial u/\partial x)^2 \\ p_{zz} &= -p + 2\mu(\partial w/\partial z) + \mu_c(\partial w/\partial z)^2 \\ \tau_{zx} &= \mu(\partial u/\partial z + \partial w/\partial x) \end{aligned} \quad (2)$$

と、粘性流体に対応する応力式に、 $(\partial u/\partial z)^2$ に比例する法線応力を導入することが出来る。その結果、Navier-Stokesの式が、次式のように表される

$$\frac{Du}{Dt} = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu_c}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2, \quad \frac{Dw}{Dt} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu_c}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2$$

この式を開水路に適用すると、

$$\frac{\partial}{\partial t}(U_m A) + \frac{\partial}{\partial x}(d_m U_m^2 A) = -\frac{\tau_0 S}{\rho} + gA \sin i$$

$$-gA \frac{\partial h}{\partial x} \cos i + \frac{\partial}{\partial x} \int_A \frac{M_c}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 dA \quad (4)$$

となる。最後の項と、長方形断面で、粒子流の乱流および層流とみなされる場合について、夫々、従来より著者の用いていた流速式を用いて計算すると、例之は、せん断応力が $(du/dx)^2$ に比例すると、まさつ項 $\tau_0/\rho g R$ と同じ次元で、

$$+ \frac{2}{3} b \frac{M_c}{\rho g A^2} \frac{1}{h^2} \left(1 - \frac{4}{3} \frac{z_0}{h} + \frac{1}{3} \frac{z_0^2}{h^2} \right) \frac{dh}{dx} \quad (5)$$

と、 dh/dx が正のとき、まさつ項と同じ作用をすることと示す。 M_c の大きさと回転式せん断試験の結果から求めると図1のような値を示し、必ずしもこの効果は小さくないことを示した。

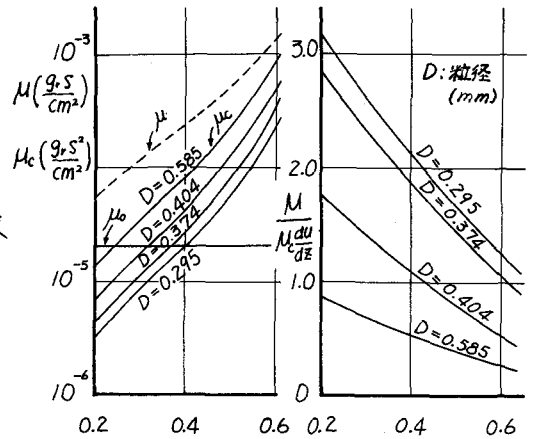


図1. M_c および M/M_c の比

3. れきの篩分けの一機構

ふるいわけの一つの形式として、粒子の流線が底面から表面に向って流動する環境で粒子の回転によってふるい分けが起ることが観察される。このふるい分け機構では、最大せん断力の作用する方向と求め、その線にそって粒子の回転と与えると、回転モーメントの違いから粒子は篩分けられる。砂層底面から表面に向うせん断が生じるのは、いわゆる変動流動が生じる場合であるから、変動流動の生じる条件と求めればよい。 $z=0$ で $\tau_{xz}=K$ (降伏値) の条件で、 $\partial \sigma_x / \partial x + \partial \tau_{xz} / \partial z + \sigma g \sin i = 0$, $\partial \tau_{xz} / \partial x + \partial \sigma_z / \partial z = \sigma g \cos i$ (6) と、降伏条件 $(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = 4K^2$ (7) を満足する解と、高さ $2h$ の初体を両側から相対速度 $2V$ で圧縮してひずみと与えた解と Prandtl²⁾ は次のように得ている

$$\sigma_x = (K'/h) \pm 2K \sqrt{\{1 - (1 - z/h)^2\}} + a, \quad \sigma_z = VZ/h, \quad \tau_{xz} = K(1 - z/h) \quad (8)$$

$$u = (g/h) - VK/2 + 2V \sqrt{\{1 - (1 - z/h)^2\}}, \quad v = F(VZ/h) \quad V = (g' - g dh/h \cdot dx) \quad (9)$$

ここに g は単位幅流量、 g' は流量の x 方向の微分である。この解と断面の中心までの大きさと深さとする斜面上の流れに直し、質量力を導入し、底面でせん断力が降伏値とこねていっている深さ $h = K/(\sigma g \sin i)$ (10) の下において、

$$(\sigma_x/K) = \{(z-h)/h_0\} \cos i \pm 2 \sqrt{\{1 - (1 - z/h)^2\}}, \quad \sigma_z/K = (z-h/h_0) \cos i, \quad \tau_{xz}/K = 1 - z/h$$

とすると、 σ_x/σ_z ($z=0$ は除く) のとき、たとえ $z=h$ で、 $\sigma_x = -2K$ となり、これは、Rankine の変動状態になる。流速 U は質量力の有無に関係しないので、Prandtl の式がそのまゝ使えととし、こう配にわずかの曲率を与えると、(10) 式より $dh/dx = -(h/R) \cot i$, $R = \frac{d}{dx}$ となるから、(9) 式の V は、 $V = \pm \{g' + (g/R) \cdot \cot i\}$ となる。これらの関係から、河床が下に凹で、 g' が負のとき、変動流動が生じることになる。土石流の先端での取扱いは、流動部と未流動部の間に水の存在の違いを導入して、その境界にスベリの包括線を導入する必要がある。

1) 高橋保, 土石流の発生と流動に関する研究 京大防災研年報 20号. 2) ヒル 塑性学 培風館