

長方形剛基礎底面の複素剛性について (その2)

神戸大学 学 O 富士田 潔 正 北村泰寿 正 桜井春輔

1. まえがき 本研究は、構造物が長方形底面をもつ剛体で、地盤は半無限弾性体とした場合の地盤の複素剛性を求める計算法を示したものである。前報¹⁾では、構造物と地盤の接触面における摩擦を無視したが、本研究はこの点を考慮に入れて解析した。

2. 計算法 構造物と地盤の接触面に働く接触圧は、半無限弾性体に対する混合境界値問題として、次式の積分方程式で表わされる。

$$u_i(x, y) = \sum_{j=x, y, z} \iint_S G_{ij}(x, y | \xi, \eta) p_j(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (i: x, y, z) \quad (1)$$

ここで、添字の i は変位の方向、2 番目の添字 j は接触圧の方向を表わし、 $\sum$ は 3 方向の接触圧による変位の総和を意味する。 u_i は接触面 S 内の既知表面変位、 p_j は接触面 S 内の未知接触圧分布である。また、 G_{ij} は Green 関数である。式 (1) の解は、解析的に求められないため、前報と同様に、図-1 に示すような分割モデルを考へる。この分割モデルについて、数値解析する上での仮定を次のように設ける。

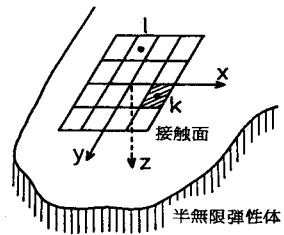


図-1 計算モデル

① 各要素の位置はその中央点の座標によって表わす。

② 各要素内での接触圧は等分布とする。

③ 各要素の変位は中央点の変位とする。

この場合、式 (1) は次式のように書き直せる。(図-1 の記号参照)

$$u_i(x_l, y_l) = \sum_{j=x, y, z} \sum_{k=1}^N \overline{G}_{ij}(x_l, y_l | x_k, y_k) p_{k,j} \quad (l: 1 \sim N) \quad (2)$$

ここで、 $p_{k,j}$ は要素 k の等分布接触圧の大きさを表わす。また、 $\overline{G}_{ij}$ は Green 関数を要素 k について面積積分して得られるもので、本研究では影響係数と呼ぶ。

$$\overline{G}_{ij}(x_l, y_l | x_k, y_k) = \iint_{S_k} G_{ij}(x_l, y_l | \xi, \eta) d\xi d\eta \quad (3)$$

ここで、 S_k は要素 k の面積を意味する。各要素の変位 $u_i(x_l, y_l)$ が既知であれば、式 (3) を式 (2) に代入して、各要素の接触圧 $p_{k,j}$ を未知量とする多元連立一次方程式が得られる。つまり、式 (1) の積分方程式は式 (2) の連立一次方程式を解く問題に帰着する。

3. 影響係数 式 (3) は点加振による表面変位を求める解 (例えば Lamb の解) を面積積分するが、あるいは二重 Fourier 変換を利用して誘導できる。しかし、式 (3) はレーレ級をもつ特異積分となるため、積分は容易ではない。このため、本研究では、上述の分割モデルに対する仮定に、新たに次の仮定を加える。

④ 載荷要素以外の要素に対しては、等分布接触圧を Saint-Venant の定理によって、要素の中心点に作用する集中力として扱う。

次に、本研究では、筆者らが静的解析²⁾について行った定式化を動的な場合に拡張する。つまり、Boussinesq および Cerruti の式を拡張した形で表現する。その一部を示すと、

$$\overline{G}_{zz} = \{(1-\nu^2) S_k / \pi E r\} \cdot \sqrt{f_1^2 + f_2^2} e^{-i f_2} \quad (4)$$

$$\overline{G_{xx}} = \{(1+\nu)S_k/\pi E\} \cdot \left\{ \left\{ (1-\nu)/r \right\} \cdot \sqrt{g_1^2 + g_2^2} e^{-i\varphi_g} + (\nu x^2/r^3) \cdot \sqrt{h_1^2 + h_2^2} e^{-i\varphi_h} \right\} \quad (5)$$

で表わされる。なお、 r は要素 s と要素 n の中心点間の距離である。また、本研究では、式(4)、(5)等で現われる絶対値($\sqrt{f_1^2 + f_2^2}$ など)および位相角(φ_f など)は、無次元周波数 $\omega r/V_s$ をパラメータとして数値で与えられた。この計算もレーレ極を含む積分となっているが、式(3)の積分よりは容易である。一方、 $\omega r/V_s$ が小さいとき、式(4)、(5)の絶対値は1となる。この場合、面積積分は特異点を含まないものとなり、この性質を利用して、載荷要素に対する影響係数を求める精度の高い近似式が誘導できる。なお、絶対値、位相角の $\omega r/V_s$ に対する変化、載荷要素に対する近似式は、紙面の都合上省略する。

4. 計算結果 計算例として、構造物底面が正方形の場合のみを取り上げる。また、図-1に示す接触面の分割数は、その数を増せば厳密解に近づくわけであるが、ここでは、 10×10 の分割メッシュとして正方形要素を用いた。計算結果は、複素剛性 $K_{VV}(a_0)$ (上下振動)および $K_{MM}(a_0)$ (ロッキング振動)の実部、虚部で表わし、図-2、3に示す。なお、 a_0 は $\omega B/V_s$ なる無次元周波数で、 B は構造物底面の半幅である。

まず、図-2の上下振動についてみると、本研究で調べた $\omega B/V_s \leq 2.5$ の範囲内では、複素剛性の実部、虚部とも接触面の摩擦の有無による差は小さい。しかし、 $\omega B/V_s$ が増加するとともに、摩擦の有無による差は大きくなる傾向にあると思われる。また、 $\omega B/V_s$ が小さい値に対して、ポアソン比が $\nu=1/2$ に近づけば、複素剛性は摩擦の有無に無関係となる。次に、図-3のロッキング振動においても、複素剛性の実部、虚部とも摩擦の有無による差は小さく、その傾向は上下振動の場合と同様である。上下振動およびロッキング振動に対するこれらの結果は、Lucoら³⁾が調べた剛体帯の振動における傾向と一致している。したがって、構造物底面に多少の形状変化があっても、上記の結果は一般性を失うことなく言えるものと思われる。なお、 $\omega B/V_s$ が本研究より大きい範囲に対する計算においては、接触面の分割数をさらに増やす必要がある。

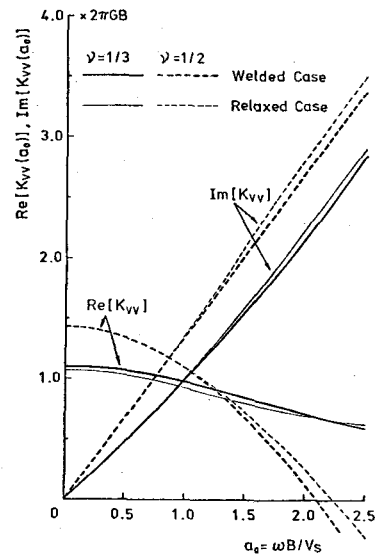


図-2 複素剛性 (上下振動)

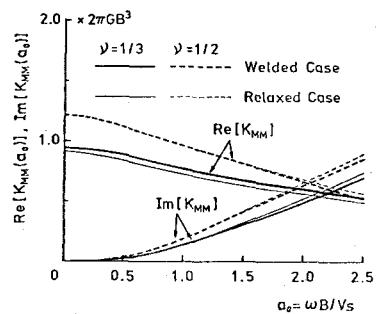


図-3 複素剛性 (ロッキング振動)

5. あとがき 本研究は、理論的に解析解を得ることが不可能に近い、円形以外の底面をもつ剛基礎底面の複素剛性を求める近似解法を述べた。しかし、近似解法としての分割法自体は一般的な方法であるため、本研究は影響係数の求め方に工夫を行った。したがって、この影響係数を求める方法の詳細については講演時に述べる。

文献: 1) 北村, 桜井: 第32回予講, 2) 桜井, 北村: 土学論 No. 175, 3) Lucio & Westmann: J. Appl. Mech. vol. 39