

## 断面変形を考慮したレールの振動解析

京都大学工学部 正員 後藤尚男  
 大阪府 正員 仲野嘉郎  
 鉄建建設株式会社 正員 ○酒井喜市郎

### 1. はじめに

鉄道の騒音特性の解明のために、実験的<sup>1)</sup>あるいは、レールをはりと考えた理論的研究<sup>2)</sup>が行なめられているが、本研究では走行騒音は、レール・車輪間の凹凸による強制振動より生じるといふ仮定にとづき、レール横断面の変形を考慮に入れた2次元有限要素モデルを用いて、自由振動解析およびレール面の凹凸による応答解析を行ない、鉄道の騒音特性を解明するための資料とする。

### 2. 有限要素モデルの設定

本研究では、断面変形と振動特性との関係を明確にするために、レール横断面を2次元有限要素で表示し、加えてレール締結装置およびレール下のゴムパッドを考慮してモデル化を行なった。なお支持部のバネ定数は、CASE 1：水平バネ 1368 kN/cm、鉛直バネ 678.6 kN/cm CASE 2：水平バネ 1378.6 kN/cm、鉛直バネ 648.6 kN/cm の2とおりとした。解析に用いたレールは50Nレール、締結装置は5形締結装置であり、境界支持条件としては、ゴムパッドおよび締結装置の剛性のみを考慮した水平および鉛直バネを用いた。レール断面は、要素数46、節点数42に分割し、強制振動解析の時の車輪を含む車両の質量および接触バネを加えて行ないモデルを設定した。

### 3. 自由振動解析

上で述べたモデルで、輪荷重を取り除いたモデルにおいて、有限要素法の平面歪の問題により質量および剛性マトリックスを作成し、それを用いて固有値解析を行ない、固有振動数および固有ベクトルを算出した。それによると、1・2次は剛体変位のみの振動であり、表-1に示したようにおよそ9~10次振動で20,000 Hzを越えた。また表-1にはレールの各部の振幅の卓越している方向を示したが、これよりレールの座部および腹部において高周波振動が卓越しているものと思われる。

### 4. 強制振動

上で述べたモデルで、輪荷重の加わったモデルにおける運動方程式は、 $P(t)$ を強制力とすると

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K_0]\{U\} = -\{F\} \times P(t)$$

となり、 $P(t)$ は車輪の質量 $m_w$ および接触バネ $k_w$ の影

表1  
各モードの振動数および振幅の卓越している方向  
CASE 1

次数	振動数 Hz	頭部	腹部	座部
1	66.1	(H)	(H)	-----
2	161.4	(V)	(V)	(V)
3	374.3	-----	(H)	(H)
4	374.3	-----	(H)	(V)
5	6,485	-----	(H)	(V)
6	7,686	-----	-----	(V)
7	12,040	-----	-----	(V)
8	15,740	-----	(H)	-----
9	21,700	-----	(H)	-----
10	23,700	-----	-----	(H)

(H)は水平に (V)は鉛直方向に振幅が卓越していることを示す

響を含んでおり、それらを移項して整理すると

$$[M]\{U\} + [K]\{U\} = \{F\}$$

なる形となる。ただし  $\{U\}$  はレール面の凹凸による車輪変位の時間関数である。この方程式において再度固有値解析を行ない得られた振動モードのうち、振動数が可聴範囲にあるもののうちのいくつかを図-1に示した。モードから見た振動の卓越方向は特にレール底部における鉛直方向が卓越する傾向にある。また各次振動に対する剛柔係数は、剛体変位の影響が小さくなる4次以上で大きな値となる。

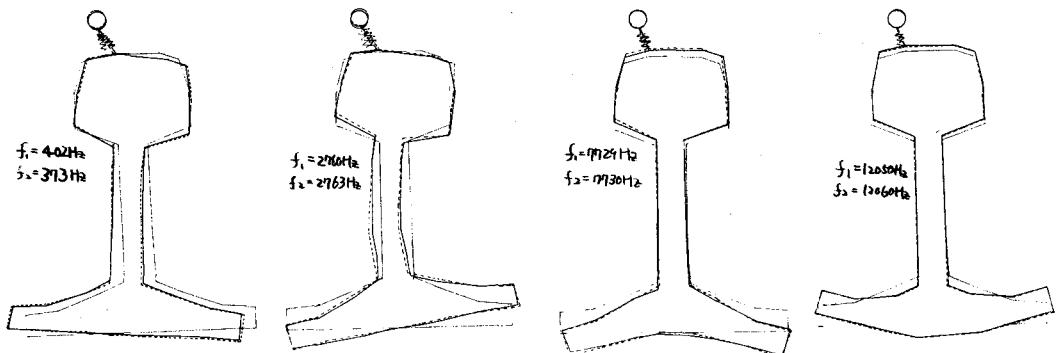


図-1 固有振動モード。左から 3次、5次、7次、8次の順。細線が原形、実線が CASE1、破線が CASE2

レール凹凸のパワースペクトルは文献(2)によれば

$$S_2(\omega) = A v^2 / \omega^3$$

$A$  は定数、 $v$  は列車速度であり、変位応答のパワースペクトルは

$$G_{12}(\omega) = |H_{12}(\omega)|^2 S_2(\omega)$$

となる。ただし  $H_{12}(\omega)$  は周波数応答関数である。これより 3オクターブバンド幅の応答パワースペクトルは図2、図3のようになる。図2は水平

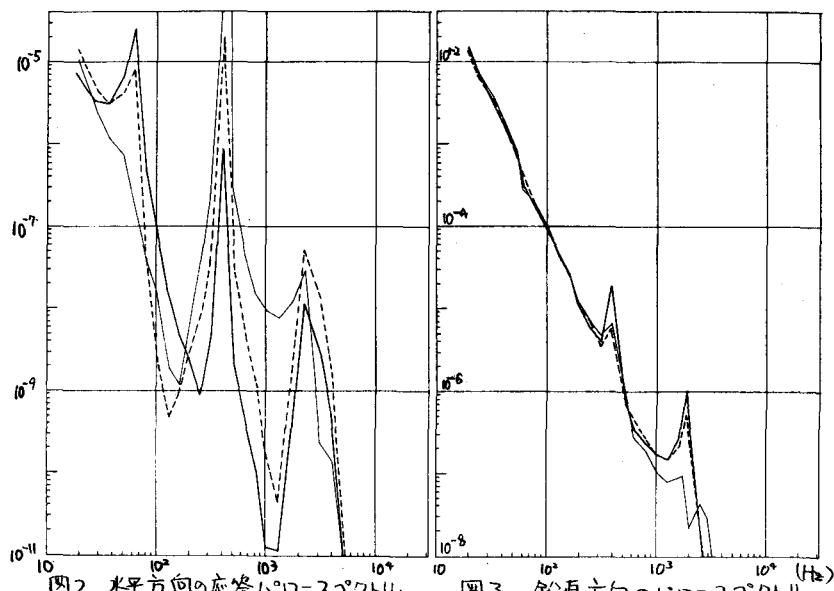


図2 水平方向の応答パワースペクトル

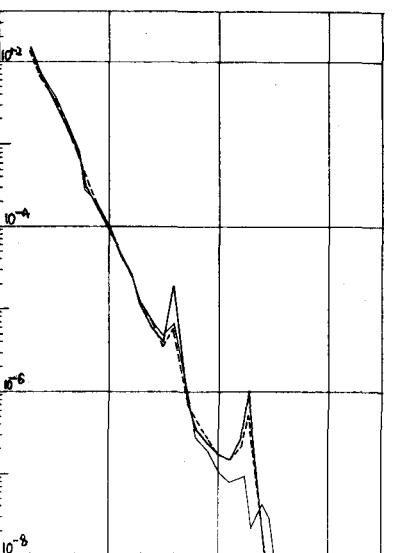


図3 鉛直方向のパワースペクトル  
実線は頭部、破線は腹部、総線は在部の応答を示す。

方向、図3は鉛直方向の応答を示し、水平方向よりも鉛直方向の方が、またレール頭部よりもレール底部が卓越しており、水平方向には 70, 400, 2000 Hz 前後に、鉛直方向には 400, 2000 Hz 前後にするどいピークを示す。

参考文献 (1) 松浦・尾: 車輪とレールの相互作用による振動と騒音に関する実験的研究、工芸学会論文報告集、第271号。  
(2) 佐藤; 軌道高周波振動の理論解析、鉄道技研報告 No.1013, 1976年1月。