

液体貯蔵タンクの動的挙動

京都大学防災研究所 正会員 土岐憲三
 京都大学防災研究所 正会員 佐藤忠信
 京都大学 大学院 学生員 藤田和朗

1. まえがき 本研究は、石油やLNGなどの液体を貯蔵する大型タンクの地震時における挙動の内、スロッシングによる越流現象に着目し、タンクが剛である場合と可とう性である場合について、液高およびタンク壁の変形に関する理論解析を行ない、数値計算によって両者の場合を比較検討したものである。モデルおよび座標系は、図1のように剛な基盤上に設置された上端自由、下端固定の円筒型タンクであり、底部において $\theta = 0$ の方向に円振動数 ω 、最大加速度 a_0 の調和振動を受ける場合を対象とした。

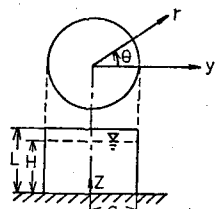


図1 モデルと座標系

2. 理論解析 非粘性流体の運動方程式は、

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \nabla^2 \phi \quad (c^2 = K/\rho) \quad \dots (1)$$

ここで、 ϕ :速度ポテンシャル、 K :体積弾性率、 ρ :密度、である。流体動圧 p_a および液高 η は、

$$p_a = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad \dots (2) \quad \eta = -\frac{1}{g} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{z=H} \quad \dots (3)$$

タンクが剛である場合には、(i)底部でZ方向の流速が0、(ii) $\theta = 0, \pi$ でr方向の流速が0、(iii)自由表面の条件、(iv)タンク壁面で流速と壁の移動速度が等しい、という4つの境界条件を用いて方程式(1)を解くことにより ϕ が求まり、式(2)、(3)から p_a および η を算定する。

タンクが可とう性である場合には、タンク本体の変形を固有振動モードと刺激係数の積の重ね合わせとして表わし、これと境界条件(iv)を用いて方程式(1)を解き ϕ および p_a を求め、これをLove-Timoshenkoの円筒シェルの運動方程式に代入してモードごとの刺激係数を算定し、 ϕ 、 p_a および η を求める。解析の詳細な部分は、非常に煩雑であるので省略するが、積分微分方程式を刺激係数に関する連立方程式に置換して、解析を行なう。この結果、可とう性タンクと液体の相互作用を考慮した解が求められることになる。液高 η は、次式のようになる。

$$\eta = (k_0 \cdot g \cdot \eta_1(r) - \omega^2 \cdot \eta_2(r)) \cdot \cos \theta \quad \dots (4)$$

表1 剛なタンク～液体系の1次共振振動数

図2中の番号	液深(m)	半径(m)	1次共振振動数(Hz)
1	8	10	0.203
2	8	20	0.119
3	8	30	0.084
4	12	15	0.166
5	12	17.5	0.149
6	12	30	0.099

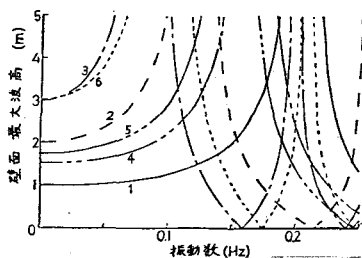


図2 剛なタンク～液体系の共振曲線

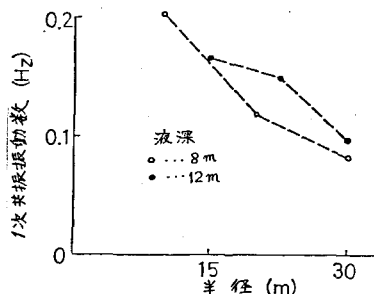


図3 剛なタンク～液体系の1次共振振動数と半径の関係

式(4)の右辺第1項は、剛な場合の波高に一致し、第2項は、タンクと液体の相互作用を表わす項である。

3. 数値計算 タンク材料および液体の物理定数は、それぞれ鉄鋼、水のそれを用い、最大加速度は、0.1gに限定した。モデルの寸法は、表1に示したように6つの場合を考えた。液深Hとタンクの高さLの関係は、 $L=1.25H$ である。

タンクが剛である場合の1次共振振動数を表1に示した。これから、液体の共振周期は非常に長く、5~10秒であることがわかる。図2は、波高に関する共振曲線である。この図から、半径によって様相が大きく異なることがわかる。そこで、図3に、半径と1次共振振動数の関係を示した。半径が大きくなれば1次共振振動数が小さくなることがわかる。この関係は、理論解析結果から次の式で表わされる。

$$\tanh(\sqrt{\epsilon/a}^2 - (2\pi f_1/c)^2 \cdot H) - \frac{(2\pi f_1)^2}{g\sqrt{\epsilon/a}^2 - (2\pi f_1/c)^2} = 0 \quad \dots (5)$$

ここで、 f_1 : 1次共振振動数、 ϵ : 定数(≈ 1.871)、である。

次に、タンクが可とう性である場合には、まず、タンク本体の固有振動数および固有モードを求めた。それぞれ表2、図4に示した。また、1次固有振動数と半径の関係を図5に示した。半径が大きくなると1次共振振動数が減少することがわかる。しかし、タンク本体の固有振動数が液体の共振振動数よりも2桁以上大きいことを考えると、低周波領域では、タンクの半径によらず、タンクの可とう性の液体におよぼす影響は極めて小さいことが予想される。波高に関する数値計算の結果、図2の単位では、可とう性タンクの場合と剛なタンクの場合の差異が認められないので、図6に示すように両者の波高差と板厚の関係を調べた。この図から、波高および系の1次共振振動数に対するタンクの可とう性の影響は、極めて小さいことがわかる。

4. 結論 大型タンクでは、低周波領域において、液体の慣性が可とう性タンクのそれに比べて非常に大きいため、液体の運動が系の運動に対して支配的となり、可とう性タンクの動特性は、スロッシング周期および波高には影響をおよぼさないことが判明した。

◎参考文献 1) Timoshenko, S. and Woinowsky-krieger, S.; *Theory of Plates and Shells*, 2nd ed., McGraw-Hill, 1959, pp. 466 ~ 514.

表2 円筒シェルの固有振動数

高さ (m)	半径 (m)	板厚 (cm)	固有振動数 (Hz)			
			1	2	3	4
10	10	3	62.907	62.929	63.098	63.553
10	20	3	31.454	31.497	31.787	32.714
10	30	1	20.969	20.996	21.025	21.182
10	30	2	20.990	20.997	21.191	21.807
10	30	3	20.970	21.033	21.465	22.812
10	30	4	20.972	21.083	21.843	24.149
15	15	3	41.938	41.944	41.983	42.130
15	17.5	3	35.947	35.954	36.035	36.170
15	30	3	20.969	20.992	21.063	21.346

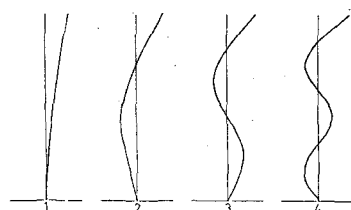


図4 軸方向モード図

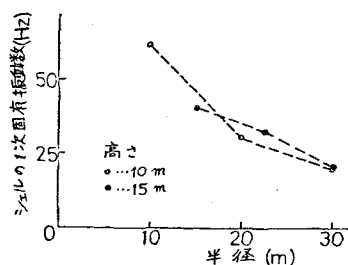


図5 円筒シェルの1次固有振動数と半径の関係

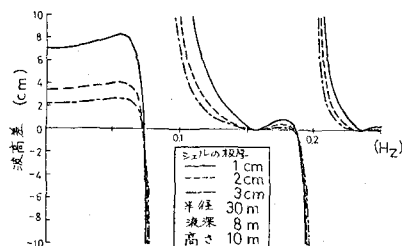


図6 波高差(可とう性タンク-剛なタンク)の周波数特性と板厚の関係