

安全性指標およびその信頼性解析への適用に関する基礎的考察

京都大学工学部 正員 白石成人, 京都大学工学部 正員 古田均
建設省 正員 中野正則

1. はじめに 構造物の安全性の評価尺度は、定義の明確さ、計算の容易さ、物理的意味の明確さなどの条件を具備すべきである。本研究では、これらの条件をある程度満たし現在までのところ最適な尺度であると思われる安全性指標に注目する。ここでは、HasoferとLind⁽¹⁾の定義による安全性指標を用い、その物理的意味を検討し、さらに破壊点というものに注目した新しい考え方を提案し、多数の破壊モードが存在する場合に拡張することを試みる。

2. 安全性指標の物理的・確率的意味 HasoferとLindは、「標準化変換によってできる基本変数が作る空間での原点から破壊領域までの最短距離が安全性指標 β を表わす。」と定義した。いま、抵抗 R 、荷重 S の独立な2変数を考える。このとき、安全性を照査する式 $Z = F(R, S) = 0$ は、Fig. 1(a)のように、安全と破壊を表わす領域の境界線（破壊線と呼ぶ）となる。さて、 R, S について標準化変換を行なうと、Fig. 1(b)に示すように、破壊線は、基本変数 r, s の作る平面では、 $Z = F(r, s) = 0$ に変化する。ここで、HasoferとLindの定義を用いると、 OA が安全性指標 β を表わすことになる。このときの破壊線上の点 A を破壊点と呼ぶと、この点 (r, s) 平面上では、確率的に最も破壊しやすい点であると考えられる。したがって、安全性指標は、破壊領域内で最も破壊しやすい点（破壊点）に注目し、他の点は考慮しないという意味から、確定的な安全性の評価尺度と言えよう。

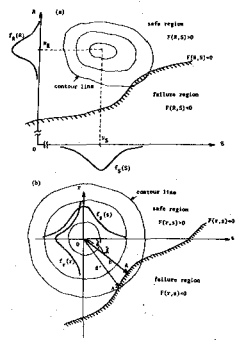


Fig. 1 Case of Two Variables

3. 多数の破壊モードが存在する場合の安全性指標 この問題については、従来から重要性は認められ、種々の考え方が提案されてきたが、ここでは各破壊モード間の相関を考慮した考え方を提案する。いま簡単のために、Fig. 2のように破壊モードが2つの場合を考える。この図では、破壊線 $Z_1 = 0, Z_2 = 0$ の交角 θ が、2つの破壊モードの相関係数 ρ と関連づけられ、 $\cos \theta = \rho$ という関係があることがわかる。さて、図の斜線領域は、2つの破壊モードが同時に生じる領域で、これを同時破壊領域と呼ぶ。この領域に対しHasoferとLindの考え方を拡張すれば、同時破壊に対する安全性指標は図の $\beta_{1,2}$ のように表わされる。この図の場合、 $\beta_{1,2}$ は原点と2つの破壊線の交点 C とを結ぶ OC の長さで表わされるが、 $-90^\circ < \theta - \alpha < 0^\circ$ の場合には、 $\beta_{1,2} = \beta_2$ となる。そこで、同時破壊に対する安全性指標 $\beta_{1,2}$ は以下のように表わされる。

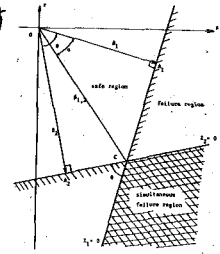


Fig. 2 Case of Two Failure Modes

$$\beta_{1,2} = \begin{cases} \beta_{1,2}' & (\beta_2 < \beta_{1,2}' < \beta_1/\rho \text{ のとき}) \\ \beta_2 & (\beta_{1,2}' > \beta_1/\rho \text{ のとき}) \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{ただし、} \beta_{1,2}' = \sqrt{\frac{\beta_1^2 + \beta_2^2 - 2\rho\beta_1\beta_2}{1 - \rho^2}} \quad (2)$$

ここで、安全性指標 β と破壊確率 P_f の間につきの式が成り立つとする。

$1 - P_f = \Phi(\beta)$ ($\Phi(\cdot)$ は、標準正規確率分布関数を表わす) ----- (3)

このとき、全体の安全性指標 β_{12} はつぎのように表わされる。

$$\beta_{12} = \Phi^{-1} (\Phi(\beta_1) + \Phi(\beta_2) - \Phi(\beta_{1,2})) \text{ ----- (4)}$$

この式は、E. H. Vanmarcke が、文献 [2] で示した破壊確率の上限に対して、式 (3) を用いて得られる安全性指標の下限値に相当するものに類似している。(詳細は当日発表する)

つぎに、破壊モードを組み合わせた場合のモード全体の破壊点の変化について検討する。いま簡単のために、Fig. 3 のように破壊線が直線で、破壊モードが 2 つの場合を考える。すでに述べたことから Fig. 3 (a) では、全体の安全性指標 β_{12} に対する破壊点は、一般的に図の OA_1CA_2O (斜線部分) 内に入ると考えられる。破壊点の変化は、破壊線の変化によって生じるものと考えられるので、ここでは、領域中で最も破壊しやすい点 A_1 において破壊線 $Z_1=0$ か、他の破壊線 $Z_2=0$ の影響を受けて α だけ回転すると考える。(Fig. 3 (b) 参照) この α を求める近似式としては、各破壊モードの安全性指標 β_1 , β_2 および破壊モード間の相関係数 ρ を考慮して、破壊確率を用いた計算から、たとえばつぎのような式が考えられる。

$$\alpha = \alpha_0 [1 - \exp\{-a(1-\rho)\}] \times \exp[-b(\beta_1+2) + (c\beta_1+d)(\beta_2-\beta_1)] \text{ ----- (5)}$$

この式の係数としては、 α を度で表わすと、 $\alpha_0=30$, $a=15$, $b=0.265$, $c=0.325$, $d=0.5$ などと考えられる。このような α という破壊線の変化により、 β_{12} を表わすベクトル $\vec{\beta}_{12}$ は、 $\vec{\beta}_1$ より α だけ変化し、その結果破壊点は A_1 から A_{12} に変化する。このとき $\vec{\beta}_{12}$ は、次式で表わされる。

$$\vec{\beta}_{12} = \frac{\{ \beta_2 \sin(\theta-\alpha) \cdot \vec{\beta}_1 + \beta_1 \sin \alpha \cdot \vec{\beta}_2 \} \cos \alpha}{\beta_2 \sqrt{\sin^2(\theta-\alpha) + \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \sin(\theta-\alpha) \cos \theta}} \text{ ----- (6)}$$

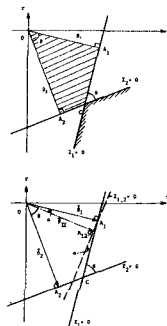


Fig. 3 CURVES OF FAILURE POINT FOR TWO FAILURE MODES

4. 適用例 Fig. 4 に示すようなラーメンに荷重 P , H が作用する場合を考える。ここで、 M_B , M_C は独立、 P , H は従属と考えると、変数としては、 M_B , M_C , P を考えればよい。この場合の破壊モードの組み合わせによる安全性指標 β_{ij} とベクトル $\vec{\beta}_{ij}$ の成分の変化を、各ステップ毎に示したのが Fig. 5 である。Case 1 は、 β が小さなモードの順に組み合わせ、Case 3 は、各ステップで最小の ρ を示すモードを組み合わせたもので、さらに、Case 2 は、それらの中間的な組み合わせである。この例では、Case 1 の値の変化が最大であり、安全側の安全性指標 β が得られた。

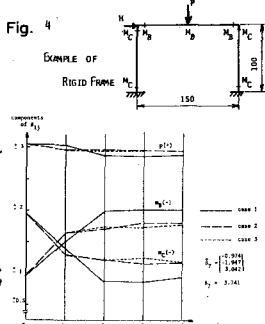


Fig. 5 CURVES OF FAILURE POINT (3 VARIABLES)

5. 結び 本研究では、Hasofer と Lind による安全性指標 β の定義を用いて破壊点を考え、さらに多数の破壊モードが存在する場合の安全性指標について新しい考え方を提案した。そのうち、モード全体の安全性指標についての考え方は、Hasofer と Lind の考え方を拡張したものであり、物理的な意味が明確で、計算も簡単であるという利点を有すると思われる。

参考文献 [1] A. M. Hasofer & N. C. Lind; "Exact and Invariant Second-moment Code Format", ASCE EM1, 1974
[2] E. H. Vanmarcke; "Matrix Formulation of Reliability Analysis and Reliability-Based Design," Computers and Structures, 1975