1/8無限体の解の応用

東洋技研コンサルタント　正員　島田　功

1. まえがき：3次元非軸対称問題の分野は一般に解析が困難であり，実際問題では種々の工夫のもとに実用上満足しうる解を得ているのが現状である。周知の素解としては，Kelvin 解，Mindlin 解等があり，Mindlin 解は自由面を持つ問題に有効に利用される。すなわち，問題に応じた境界表面を持つ素解を用いることにより，解析上の境界処理を容易にし，精度をより向上することができる。このような観点に立って，筆者はすでに，より多くの境界表面を持つ1/8無限体(3つの境界表面を持つ(図-1参照))の素解を提案してきた[1)]。本素解は次式のように点(x_i, y_i, z_i)で特異性を持つ無限体の解を基本としたものである。

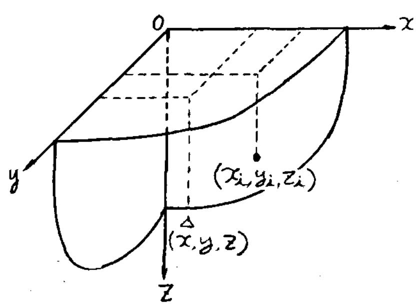

図-1

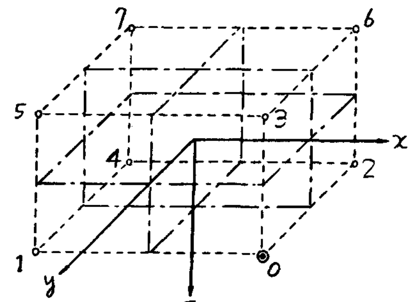

図-2

$$\xi_1=\frac{A}{r},\quad \xi_2=\frac{B}{r}-\frac{\lambda+G}{2G}A\frac{\partial^2 r}{\partial z^2},\quad \xi_3=\frac{C}{r} \tag{1}$$

ただし，$\xi_1=e$，$\xi_2=\dfrac{\partial w}{\partial z}$，$\xi_3=\dfrac{\partial u}{\partial y}-\dfrac{\partial v}{\partial x}$

$r^2=(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2$

A, B, C；積分定数

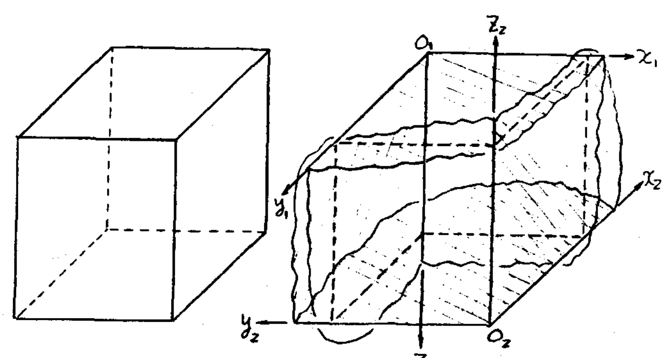

図-3 直方体の作成

式(1)を微分したものは集中力問題の解となるが，1/8無限体の実領域を作りおすため，図-2に示すように境界表面の鏡像点(1〜7)に上述の各特異解を与え，これらの集合によって境界条件を満足するように各積分定数を決定するものである。本報告も，このような特異点

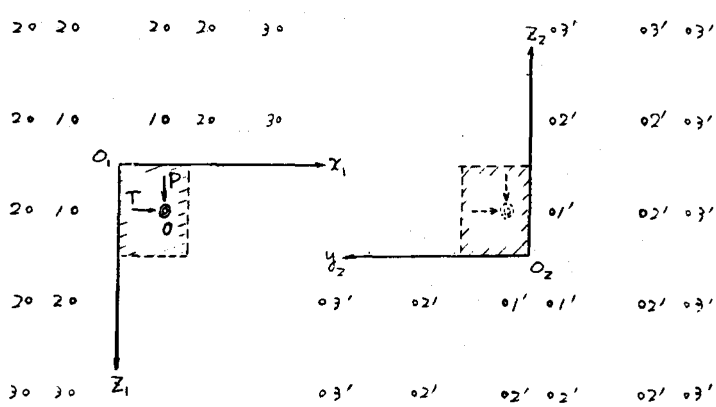

図-4 1/8無限体と特異点の集合

1) 岡村・島田：1/8無限体の解析解とその応用，土木学会年次大会概要 I S.53

解法を拡張し，さらに多くの境界表面を持つ問題へのアプローチを示したものである。

2. 1/8無限体の解の応用：非軸対称問題の基本的な例として，図-3に示す直方体の作成を考える。この直方体は2つの1/8無限体（$x_1-y_1-z_1$ と $x_2-y_2-z_2$）の組合せによって得られるものであり，図-4にそのイテラティブな作成方法を示した。すなわち，特異点1~1′によって，荷重P,Tを含む2つの1/8無限体を作成する。次にこれらの特異解による相互の境界条件の乱れを打消すため1~1′の鏡像点2~2′に特異解を重ねる。このような相互の乱れを打消す過程を繰返すことにより，特異点は次第に離れて行き，実領域内の応力を収束させることができる。

3. 計算例：図-5に示す1辺aの立方体の表面に集中力を受ける問題を解析した。モデル1は，5面固定の場合であり，モデル2は，下面を自由にした場合である。図-6に主要な部分の応力状態を示した。モデル2は厚いスラブに属するものであるが，本例題のように厚くなると，直応力の場合モデル1と対比すると，下面自由の影響があらわれるのは，辺長の1/2程度までであった。図-7は，リラクゼーションの回数と応力の収束状態をモデル1の下面中央の鉛直応力について示したものであるが，3回程度のリラクゼーションで収束するようである。モデル2の場合も，同様な収束状態であった。基礎的なデータではあるが，これらの事より，本解析手法も実用性があると思われる。

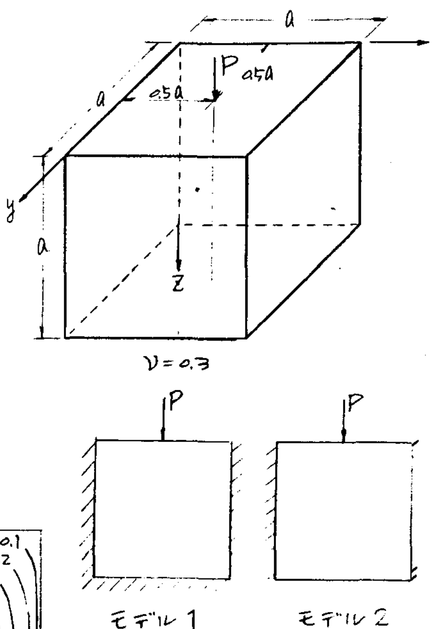

図-5

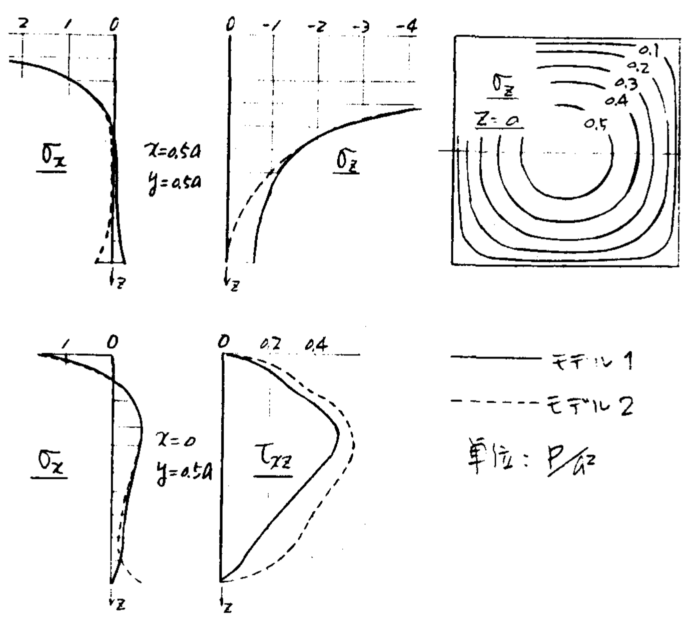

図-6　解析モデルと計算結果

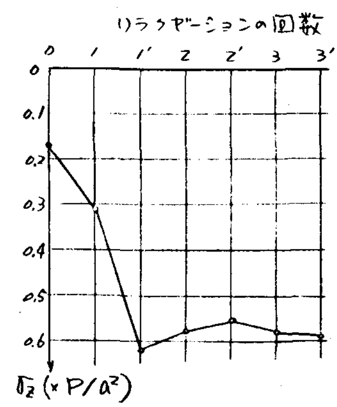

図-7　下面(固定面)の応力の収束状態