

連続浮板の波による応答解析

大阪市大学 正員 ○ 小林 治俊

" " 園田 恵一郎

1 まえがき 海洋波と構造物の相互作用は非常に興味ある問題であるが、半没水以外の 浮き構造物 についての研究は数少く Stoker¹⁾ Wen・Shinozuka²⁾ による 弾性梁, Non³⁾ による 弾性矩形板, 丹利等⁴⁾ による 任意形状剛平板 に対するものなどがわずかに見受けられるにすぎない。しかし、これらの研究はすべて単1本に対するもので、しかもその解析は複雑になるようでありこの解析法を連続形式の浮き構造に適用することは困難であると思われる。本文は連続する剛な浮板に対して伝達マトリクス法を用いた解析法を示すと共に、この方法を浮き弾性構造解析へ応用することを試みたものである。

2 連続浮板構造と速度ポテンシャルの決定

本文では、図1に示されている様に剛な板が夫々は回転バネ(K)で結合され、更に水底とは弾性バネ(h)によって係留された連続浮板構造に対する2次元平面波による周期応答解析を行うものであるが、水深は一定とし、波は shallow water theory に従うものと仮定する。

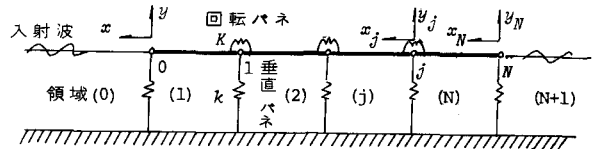


図1. 連続浮板構造と座標系

(2.1) 浮板の存在しない領域 — shallow water theory に従えば速度ポテンシャル ψ は次式を満足する。

$$\begin{aligned} \psi_{,xx} &= \frac{1}{gh} \psi_{,tt} \quad x > 0 \text{ 及 } x_N < 0 \quad \text{--- (1)} \quad \text{添字は } x, t \text{ (時間) による微分を意味し, } g = \text{重力加速度, } h = \text{水深.} \\ \text{波は周波数 } \sigma \text{ の調和波動として } \psi(x,t) &= \varphi(x) e^{i\sigma t} \quad \text{--- (2)} \quad \text{と } (1) \text{ を代入すると,} \\ \varphi_{,xx} + \varphi \sigma^2 / gh &= 0 \quad \text{--- (3)} \quad \text{を得る. } x_N < 0 \text{ では進行波のみが存在することを考慮すると} \\ \text{と (3) の解よりポテンシャル } \varphi \text{ は次の様に決定され, } \psi &= \left. \begin{aligned} \varphi^{(0)}(x) &= C e^{i\sigma x} + R e^{-i\sigma x} : x > 0 \\ \varphi^{(N)}(x) &= T e^{i\sigma x} : x_N < 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (4)} \\ \sigma &= \sigma / \sqrt{gh} = 2\pi / L \quad (L: \text{波長}), C = \text{入射波高}, |R|, |T| \text{ は波の反射率, 透過率.} \end{aligned}$$

(2.2) 浮板の存在する領域 — 板は微小運動するものとし

$$\text{と、図2を参照すれば板の運動量は, } \eta(x,t) = y e^{i\sigma t} = (y^L + \omega x) e^{i\sigma t} \quad \text{--- (5)}$$

と書ける。L は区間左端の値を意味し ω は板の重心の回転角。さて板の存在する区間では、水面波形状は η に等しいと考えられるので水面波形状と速度ポテンシャルの関係:

$$\eta_t = -H \psi_{,xx} \quad \text{--- (6)}, \quad (H = h - h', h' = \text{板の吃水長})$$

$$\text{と式(2)(5)とによりポテンシャルは } \varphi_{,xx} = -\frac{i\sigma}{H} (y^L + \omega x) \quad \text{--- (7) とする。}$$

$$\text{式(7)の積分をくり返すと, } \varphi_{,x} = -\frac{i\sigma}{H} (y^L x + \omega \frac{x^2}{2}) + A, \quad \varphi = -\frac{i\sigma}{H} (y^L \frac{x^2}{2} + \omega \frac{x^3}{6}) + Ax + B \quad \text{--- (8)}$$

が得られ、浮板の存在する区間すべてにおいて成立する。 $x=0$ を代入して $A = \varphi_{,x}^L, B = \varphi^L$ が得る。

3 伝達マトリクス法による解析

(3.1) 伝達マトリクス法 — (5)(8)式に $x = -L$ を代入すると次式を得る。

$$\varphi^R = \varphi^L + \beta_1 \varphi_{,x}^L + \gamma_1 y^L + \delta_1 \omega, \quad \varphi_{,x}^R = \varphi_{,x}^L + \beta_2 \varphi_{,x}^L + \delta_2 \omega, \quad y^R = y^L + \delta_3 \omega \quad \text{--- (9)}$$

$\beta_1, \gamma_1, \delta_1$ 等は式(15)に与えられている。記号 R は $x=L$ での値即ち区間右端の値を意味する。次に板に作用する圧力分布式 $p = -\rho \psi_{,t} - \rho g \eta$ (ρ : 水の密度)を用い、図2を参照して (1) 垂直運動力

$$(2) \text{ 回転運動式を求める事により次式を得る。} \quad \left. \begin{aligned} M^R &= \alpha_5 \varphi^L + \beta_5 \varphi_{,x}^L + \gamma_5 y^L + \delta_5 \omega + M^L + L_5 Q^L \\ Q^R &= \alpha_6 \varphi^L + \beta_6 \varphi_{,x}^L + \gamma_6 y^L + \delta_6 \omega + Q^L \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (10)}$$

$\alpha_5, \beta_5, \gamma_5$ 等は式(15)に与えられている。

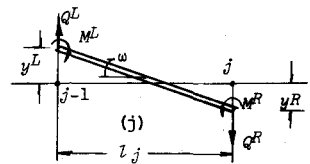


図2. j区間での浮板の運動

又 $\omega^R = \omega^L = \omega$ — (11)であるから (9)~(11)式は次の様に纏める事が出来る。

$$V^R = F V^L \quad \text{--- (12)} \quad \text{== 状態ベクトル } V = \{\varphi, \varphi_x, \eta, \omega, M, Q\} \quad \text{--- (13)}$$

伝達マトリックス F (6×6) は、

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 & \delta_1 & \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \delta_2 & \delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \delta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \alpha_5 & \beta_5 & \delta_5 & \delta_5 & 1 & \zeta_5 \\ \alpha_6 & \beta_6 & \delta_6 & \delta_6 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{--- (14)}$$

== 1 ==,
 $\alpha_5 = i\sigma\ell^2/2, \alpha_6 = i\sigma\ell, \beta_1 = -\ell, \beta_5 = -i\sigma\ell^3/6$
 $\beta_6 = -i\sigma\ell^2/2, \gamma_1 = -i\sigma\ell^2/2H, \gamma_2 = i\sigma\ell/H$
 $\gamma_5 = \rho\sigma\ell^4/24H + \rho g\ell^2/2 - m\sigma\ell^2/2, \gamma_6 = \rho\sigma\ell^3/6H + \rho g\ell - m\sigma\ell^2$
 $\delta_1 = i\sigma\ell^3/6H, \delta_2 = -i\sigma\ell^2/2H, \delta_3 = -\ell$
 $\delta_5 = -\rho\sigma\ell^5/20H - \rho g\ell/6 + m\sigma\ell^3/6$
 $\delta_6 = -\rho\sigma\ell^4/24H - \rho g\ell/2 + m\sigma\ell^2/2, \zeta_5 = \ell$
 $m = \text{板の単位長さ当りの質量。}$

(3.2) 格子「L」の4行条件 — 格子「J」では垂直バネ、回転

バネによる垂直力と回転角とは変位量があり、更に波のエネルギー保存則により速度ポテンシャルに付随条件が存在する。即ち

- (1) 垂直力釣り合いより, $Q_{j+1}^L = Q_j^R + k_j \eta_j^R$
 (2) モメント・回転角関係より, $\omega_{j+1}^L = \omega_j^R - M_{j+1}^L / K_j$
 (3) 波のエネルギー保存則より $\varphi_{j,x}^{(j)R} = H_{j+1}/H_j \cdot \varphi_{j,x}^{(j+1)L}$
 一方、(4) 波の質量保存則より $\varphi_{j,t}^{(j)R} = \varphi_{j,t}^{(j+1)L}$ より φ は連続し、
 η, M も連続する。これらを纏めれば次式となる。

$$P_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1/K_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & k_j & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{--- (17)}$$

但し、 $\lambda_j = H_j / H_{j+1}$

$$V_{j+1}^L = P_j V_j^R \quad \text{--- (16)} \quad \text{== Point マトリックス } P_j \text{ (6×6) の内容は (17) 式に示してある。}$$

従って (12) (16) 式を組合せれば、浮板全体の計算は、 $V_{j+1}^L = P_j P_{j-1} P_{j-2} \cdots P_1 F_1 V_1^L$ — (18) で行える。

(3.3) 連続浮板 最左端、最右端の境界条件 — 浮板の力学的条件と波の質量・エネルギー保存則とはより

(1) 最左端 ($x=0$) で $\varphi_{1,t}^{(0)} = \varphi_{1,t}^{(1)}, \eta_{1,x}^{(0)} = H_1 \varphi_{1,x}^{(1)}, M_1^L = 0, Q_1^L = -k_0 \eta_1^L$ — (19) $V_1^L = \Omega A_1^L$ — (19)'

(2) 最右端 ($x=N$) で $\varphi_{N,t}^{(N)} = \varphi_{N,t}^{(N+1)}, H_N \varphi_{N,x}^{(N)} = \eta_{N,x}^{(N+1)}, M_N^R = 0, Q_N^R = -k_N \eta_N^R$ — (20) $\Omega' V_N^R = 0$ — (20)'

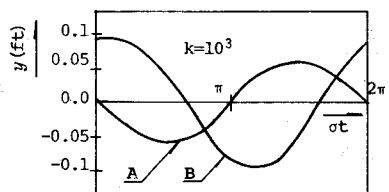
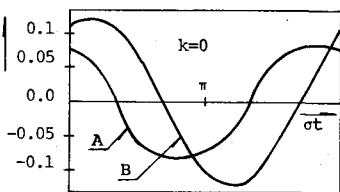
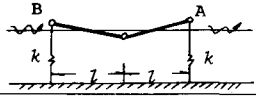
これより式 (4) の未知量 R, T が加わり、荷重項に相当する入射波高 C が与えられるので計算にあたり、(13) 式の状態ベクトルを $V = \{R, T, \varphi, \varphi_x, \eta, \omega, M, Q, 1\}$ と修正し、 F, P も又 (9×9) のマトリックスに構成しなおせば、(18) が紙面の関係上省略する。(19) (20) 式を境界マトリックス：最左端 Ω (9×5)、最右端 Ω' (4×9)、及び初期ベクトル $A = \{T, R, \eta, \omega, 1\}$ とにより書き改めれば (19)' (20)' 式となる。従って最終的に連続浮板の解析は、(21) 式より得られる 4 元連立一次方程式を解くことに帰着される。 $\Omega' F_N P_N P_{N-1} \cdots P_1 F_1 \Omega A_1^L = 0$ — (21)

4 数値計算例 — 両端をバネ

拘束された 2 枚浮板。諸元は $C = 1 \text{ ft}^2/\text{sec}$

$L = 8 \text{ ft}, h_1 = 1 \text{ ft}, h_2 = 4 \text{ ft}, \sigma = 4.46 \text{ rad/sec}$.

A, B 点の変位の変動を右図に示す。



- 1) Stoker, J. J.: Water Waves, Interscience Publishers, 1957.
- 2) Wen, Y. K., & Shinozuka, M.: Analysis of Floating Plate Under Ocean Waves, ASCE, Vol. 98, No. WW2, 1972.
- 3) Wen, Y. K.: Interaction of Ocean Waves with Floating Plate, ASCE, Vol. 100, No. EM2, 1974.
- 4) 冊同 著：任意形状のフロートと波の相互作用の解析，50年度関西支部，Ⅱ-66.