

初期にわみを有する変厚補剛板の非線形挙動

関西大学工学部	正会員	米沢	博
関西大学工学部	正会員	三上	市蔵
関西大学工学部	正会員	堂垣	正博
(株) 駒井鉄工所	正会員	○久西	敏也

1. まえがき 圧縮板の大にわみ理論に基づく非線形解析は、これまで数多くなされている。しかし、これらの研究は断面変化のない場合がほとんどであり、補剛板構造において剛度が縦方向に急変する場合(変厚補剛板)の研究は非常に少ない。そこで、箱桁などの圧縮フランジの横補剛材間において、縦方向に剛度が急変する補剛板を対象に、初期にわみを有する場合の非線形解析を行う。このような変厚補剛板において、剛比、初期にわみの大小、縦横比、変厚位置などが非線形挙動に及ぼす影響を調べ、剛度の変化のない場合(等厚補剛板)との比較を行う。

2. 基礎微分方程式、境界条件と連続条件 変厚補剛板をそれと等価な2枚の直交異方性板に置換したものを図1に示す。初期にわみを有する場合の大にわみ理論に基づく基礎微分方程式は x, y, z 方向の力のつりあいより次のようになる。

$$E_{xi} u_{i,xx} + E_{xyi} u_{i,yy} + (E_{ii} + E_{xyi}) v_{i,xy} \\ = -E_{xi} (\bar{w}_{i,x} \bar{w}_{i,xx} - \bar{w}_{0i,x} \bar{w}_{0i,xx}) - E_{ii} (\bar{w}_{i,y} \bar{w}_{i,xy} - \bar{w}_{0i,y} \bar{w}_{0i,xy}) \\ - E_{xyi} (\bar{w}_{i,x} \bar{w}_{i,yy} - \bar{w}_{0i,x} \bar{w}_{0i,yy} + \bar{w}_{i,y} \bar{w}_{i,xy} - \bar{w}_{0i,y} \bar{w}_{0i,xy}) \quad \dots\dots (1)$$

$$(E_{ii} + E_{xyi}) u_{i,xy} + E_{xyi} v_{i,xx} + E_{yi} v_{i,yy} \\ = -E_{ii} (\bar{w}_{i,x} \bar{w}_{i,xy} - \bar{w}_{0i,x} \bar{w}_{0i,xy}) - E_{yi} (\bar{w}_{i,y} \bar{w}_{i,yy} - \bar{w}_{0i,y} \bar{w}_{0i,yy}) \\ - E_{xyi} (\bar{w}_{i,x} \bar{w}_{i,xy} - \bar{w}_{0i,x} \bar{w}_{0i,xy} + \bar{w}_{i,y} \bar{w}_{i,xy} - \bar{w}_{0i,y} \bar{w}_{0i,xy}) \quad \dots\dots (2)$$

$$D_{xi} \bar{w}_{i,xxxx} + z(D_{ii} + 2D_{xyi}) \bar{w}_{i,xyxy} + D_{yi} \bar{w}_{i,yyyy} \\ = D_{xi} \bar{w}_{0i,xxxx} + z(D_{ii} + 2D_{xyi}) \bar{w}_{0i,xyxy} + D_{yi} \bar{w}_{0i,yyyy} \\ + \bar{w}_{i,xx} \{E_{xi} \{u_{i,x} + (\bar{w}_{i,x}^2 - \bar{w}_{0i,x}^2)/2\} + E_{ii} \{v_{i,y} + (\bar{w}_{i,y}^2 - \bar{w}_{0i,y}^2)/2\}\} \\ + \bar{w}_{i,yy} \{E_{ii} \{u_{i,x} + (\bar{w}_{i,x}^2 - \bar{w}_{0i,x}^2)/2\} + E_{yi} \{v_{i,y} + (\bar{w}_{i,y}^2 - \bar{w}_{0i,y}^2)/2\}\} \\ + 2E_{xyi} \bar{w}_{i,xy} (u_{i,y} + v_{i,x} + \bar{w}_{i,x} \bar{w}_{i,y} - \bar{w}_{0i,x} \bar{w}_{0i,y}) \quad \dots\dots (3)$$

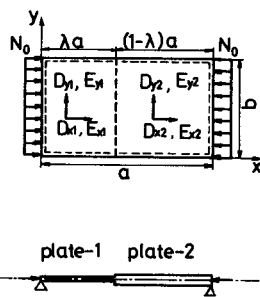


図1

ここに u, v は x, y 方向の変位で、 $\bar{w}$ は全にわみ、 $\bar{w}_0$ は初期にわみである。 D_x, D_y, D_{xy} は曲げに関する剛度、 E_x, E_y, E_i, E_{xyi} は伸びに関する剛度である。なお、コンマの後の添字はそれによる偏微分を表わし、 i はplate- i ($i=1$ or 2) を示す。

境界条件は、曲げに関して全辺単純支持を仮定し、膜力に関しては $z=0, a$ において一様面内圧縮荷重 N_0 が作用し、膜せん断力は $N_{xy}=0$ とする。 $y=0, b$ においては、 $N_y=N_{xy}=0$ とする。断面が変化する位置での連続条件は次のようになる。

$$\bar{w}_1 = \bar{w}_2, \quad \bar{w}_{1,x} = \bar{w}_{2,x}, \quad M_{x1} = M_{x2}, \quad Q_{x1} = Q_{x2}$$

$$u_1 = u_2, \quad v_1 = v_2, \quad N_{x1} = N_{x2}, \quad N_{xy1} = N_{xy2}$$

ここで M_x, M_y は曲げモーメント、 Q_x はせん断力、 N_x, N_y, N_{xy} は膜力である。

3. 数値計算 式(1)~(3)は非線形連立微分方程式であり、境界条件と連続条件のもとで厳密解を得ることは困難である。したがって、差分法を用いた非線形連立代数方程式に置き換え、それらの式に加速パラメーターを用いた反復法で解析する。なお、初期にのみとしては、 x, y 方向ともに $\sin$ の半波形を用いる。非線形弾性理論に基づいて解析を行っているため、理論の適用範囲を知る目的で初期降伏荷重 (initial yield) を算出した。広範囲は補剛板の適用可能なように無次元化したパラメーターを用いて解析し、初期降伏荷重の計算には補剛板の断面諸量が必要となるため、一例として具体的断面を選定した。

4. 計算結果と考察

plate-1 の剛比 D_{x1}/D_{y1} を 100 とし、plate-2 の剛比 D_{x2}/D_{y2} を 100~500 と変化させた場合の板中央における荷重-たわみ曲線を図 2 に示す。縦軸は作用荷重 N_0 と剛比 100 の等厚補剛板の基本座屈荷重 (座屈係数 $k=103$) との比である。初期にのみは主板厚 ($w_{max}/h=1.0$) で plate-2 の剛比をあげると、等厚補剛板にくらべて変向点ならびに初期降伏荷重はそれぞれ上昇する。一方、 $D_{x2}/D_{y2}=500$ で $w_{max}/h=0.1$ と 1.0 の曲線を比較すると、変形に及ぶ差が生じ、初期にのみが小さいものは変向点も相当大さくなる。初期にのみが小さいものは変向点も相当大さくなる。初期にのみが小さいものは変向点も相当大さくなる。初期にのみが小さいものは変向点も相当大さくなる。

$x=a/2$ 断面における初期にのみがの相違による作用荷重と有効幅の関係を示したのが図 3 である。初期にのみが小さいと、作用荷重が 1.0 以上に達してはじめて有効幅の減少が顕著にあらわれるが、 w_{max}/h が大きいと低い荷重段階でも相当大さく有効幅は減少している。

板中央の荷重-たわみ曲線と変厚位置入との関係を図 4 に示す。plate-1 の剛比が 100、plate-2 の剛比が 150 の変厚補剛板において、 $\lambda=0.25$ の場合、剛比 150 の等厚補剛板の挙動に近づく、逆に、 $\lambda=0.75$ の場合、剛比 100 の等厚補剛板の挙動に近づく。有効幅、たわみ分布においても同様の傾向を示している。

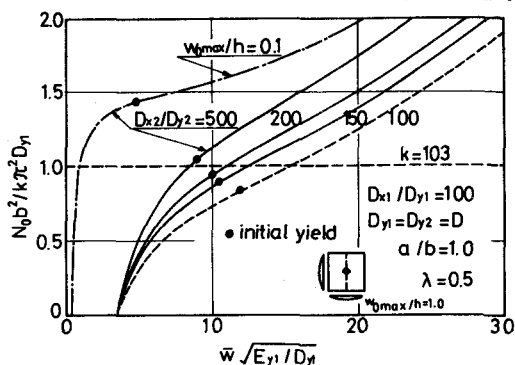


図 2

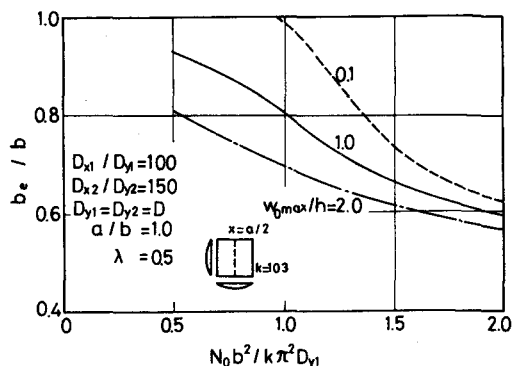


図 3

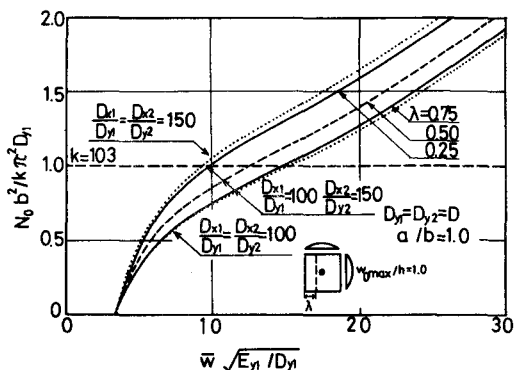


図 4