

面内曲げをうける薄板の面外有限変形挙動に関する一考察

大阪大学工学部 正員 前田幸雄
大阪大学大学院 学生員 ○大倉一郎

1. まえがき 繰返し曲げをうける薄肉プレート・ガーダーのウェブと圧縮フランジとの間のすみ肉溶接部に疲労きれつが発生することが確認されている。初期たわみを有するウェブが面内曲げをうけて面外へ変形することにより、すみ肉溶接部に生ずる2次曲げ応力がこの疲労きれつの発生原因である。既報¹⁾では、有限差分法(微小変形理論)により、この2次曲げ応力と各種影響因子との関係について調べた。本報告においては、有限要素法により、面内曲げをうける、初期たわみを有する薄板の面外有限変形挙動について解析したので、以下に報告する。

2. 有限変形解析プログラムの作成 Marguerre²⁾が与えたひずみ-変位の関係式と弾性材料の平面応力状態に対する応力-ひずみの関係式とを用いて、有限要素のひずみエネルギーを導き、得られたひずみエネルギーの第1変分から剛性マトリックス、第2変分から接線剛性マトリックスを誘導した。形状関数は長方形要素として次式を用いた(Fig. 1参照)。

$$\begin{aligned} u &= d_1 + d_2 x + d_3 y + d_4 xy, \\ v &= d_5 + d_6 x + d_7 y + d_8 xy, \\ w_0 &= d_9 + d_{10} x + d_{11} y + d_{12} xy, \\ w &= \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 x^2 + \beta_5 xy + \beta_6 y^2 + \beta_7 x^3 \\ &\quad + \beta_8 x^2 y + \beta_9 xy^2 + \beta_{10} y^3 + \beta_{11} x^3 y + \beta_{12} xy^3, \end{aligned}$$

ここに、 w_0 : 板の中央面の初期たわみ、

$\alpha_1 \sim \alpha_{12}$, $\beta_1 \sim \beta_{12}$: それぞれ定数。

数値計算手法は、増分法にNewton-Raphson法を併用した混合法を使用した。

精度照査は、Fig. 2に示すように、圧縮をうける矩形板について行った。板はx軸・y軸方向ともSine半波形の初期たわみをもち、境界条件は面外変形に対して4辺単純支持、面内変形に対して4辺自由とした。有限変形の問題においては、載荷条件として、載荷辺が一様応力になる場合と一様変位になる場合とでは結果が異なるので、両者について計算した。一様変位型の解がCoan³⁾の級数解(一様変位型で、3項の級数で近似している)とよく一致している。荷重が増加すると一様応力型の横たわみの方が一様変位型のものより大きく生ずる。

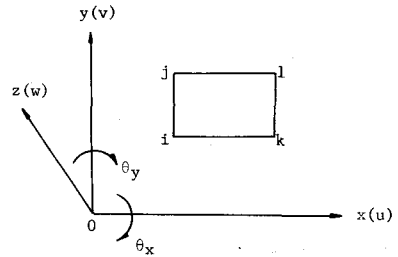


Fig. 1 A rectangular element

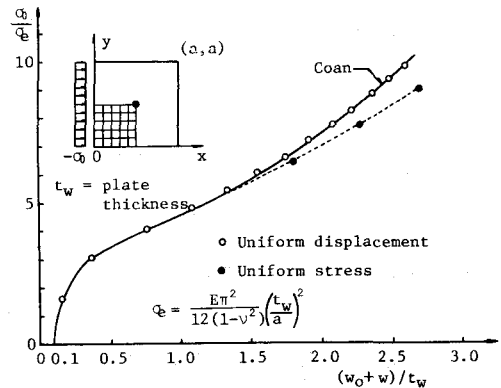


Fig. 2 Midpoint deflection of square plate

3. 面内曲げをうける薄板の面外有限変形挙動 薄肉プレート・ガーダーのウェブの初期たわみを2重Fourier級数で表わすと次式となる (Fig. 3参照)。

$$w_0 = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin(m\pi x/a) \sin(n\pi y/a),$$

ここに、 a_{mn} : 係数。

この級数の低次の項、すなわち $m=1, 2, 3$ の各初期たわみモードがウェブの面外変形挙動に及ぼす影響について調べた。この場合、 y 軸方向の初期たわみモードは $n=1$ とし、係数 a_{11}, a_{21}, a_{31} の値は、ウェブ厚 t_w との比で表わした場合、それぞれ0.5とした。境界条件は、面外変形に対して $x=0, a$ で垂直補剛材により単純支持、 $y=0, a$ でフランジにより固定支持されているとし、面内変形に対して4辺自由とした。載荷条件は、辺 $x=0, a$ に沿って応力が線形変化する条件とした。

計算結果をFig. 4-6に示す。 $m=1$ の初期たわみモードの場合、 σ_0/σ_e が約80になるまでは横たわみの増加が小さく、圧縮側で応力欠損が明瞭に生じない。見かけ上、板の剛性が大きくなったような挙動を示す。しかし、 σ_0/σ_e が約80を越えると、横たわみの変化の方向が変わり、この効果は失われる。

$m=2, 3$ の初期たわみモードの場合、横たわみの増加が著しく、圧縮側で応力欠損が生じている。

ウェブの横たわみ分布

は、ウェブの中央に関して、 $m=1, 3$ のとき対称、 $m=2$ のとき逆対称となる。

4. 結論

初期たわみがウ

ェブの面外変形挙動に及ぼす影響は各初期たわみモードによって異なることが明らかとなった。現在、初期たわみモードと2次曲げ応力・疲労き裂つとの関係について解析している。

参考文献 1) 33回年講概要集 (I-335)。

2) Marguerre, K. : Zur Theorie der gekrümmten Platte grosser Formänderung, Proc. 5th Int. Cong. for Appl. Mech., Cambridge, pp. 93-101, 1938.

3) Coan, J.M. : Large-Deflection Theory..., J. of Appl. Mech., Vol. 18, pp. 143-151, 1951.

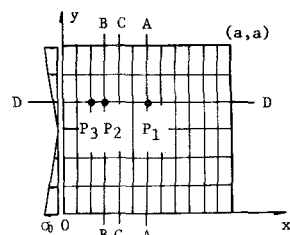


Fig. 3 Web plate—mesh division

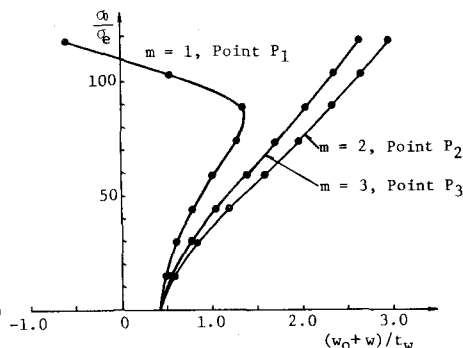


Fig. 4 Load versus web deflection curve

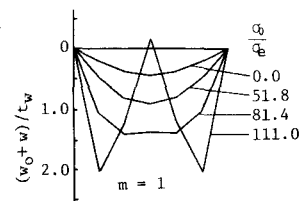


Fig. 5 Web deflections (Section D-D)

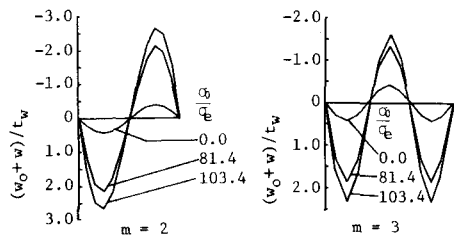


Fig. 6 Distributions of membrane stresses

