R.C.構造物工事における鉄筋購入量の決定モデルと列生成法による効率的解法

京都大学工学部　正員　吉川和広
京都大学工学部　正員　春名　攻
京都大学大学院　学生員　○梶谷幸生

1. はじめに　近年土木工事は大型化の傾向が著しく，それに伴い投入される資源も多種多様になってきている。ところが一方，資源の費用は急騰しており，工事費用の低減をはかるために資源の合理的な管理が必要である。本研究では工事用資源の中の鉄筋の購入量決定問題に着目し，購入費用をできるだけ小さくする目的のもとにこの問題を数理計画モデルとして定式化を行なった。そして，効率的な解法の構築を目的として例題計算の結果に基き考察を加えた。

2. モデルの定式化とアプローチにおける前提　今，設計図が与えられた場合に工事に必要な「構造物構築用の鉄筋」が各種の径・長さ・形状ごとに資料として用意されているものとする。また，径の異る鉄筋の間では作業上の代替性，構造上の代替性はないものとする。以下に示す本稿では，ある一種類の径の鉄筋をとりあげて，この鉄筋の合理的な購入量と切断パターンの決定問題に対して数理計画モデルによるアプローチを試みる。他の径の鉄筋の購入量と切断パターンについても各径ごとに同様の方法で，購入量と切断パターンを求めていくと，必要な鉄筋すべての合理的な購入量と切断パターンを求めることができる。なお，本アプローチを大阪市における構造物工事に対して適用することとした。ここで，本モデルにおける需要鉄筋（後出）は，工程計画における作業スケジュールから，鉄筋購入の1サイクルに当たる部分（約1カ月分）をとり出し，これに対応する鉄筋を考えた。

3. モデルの定式化とアプローチの概略

工事施工のために購入する原材料となる鉄筋は，各種の径ごとに規格化されている。そしてある1つの径の鉄筋に長さが m 種類あるとし，これを $l_i(m)$ $(i=1,2,\cdots,m)$ とする。さらに1本当たりの費用を C_i(円)$(i=1,2,\cdots,m)$ とする。一方，切断後の同じ径の加工鉄筋（需要鉄筋）は設計図に基き，n 種類の長さに分類されるが，これを $a_j(m)$ $(j=1,2,\cdots,n)$ とし，需要本数はそれぞれ d_j(本) $(j=1,2,\cdots,n)$ であることがわかっているものとする。次に，長さ $l_i(m)$ の鉄筋から，長さ $a_j(m)$ の加工鉄筋を ${}_jP^i_{k_i}$(本)とるものとすると，各種の長さの鉄筋から，適当な組合せの加工鉄筋を得るための"切断パターン"が考えられる。（ただし，k_i は多数ある $l_i(m)$ の原材料鉄筋の第 k_i 番目の切断パターンであることを示し定式化のために便宜上，付けたものである。今この切断パターンをベクトルで表示すると次式のように表わされる。

$$\mathbf{P}^i_{k_i} = ({}_1P^i_{k_i}, \cdots, {}_jP^i_{k_i}, \cdots, {}_nP^i_{k_i})^t$$

ただし，t は転置行列を表わす

そして，この切断パターン $\mathbf{P}^i_{k_i}$ を用いる長さ $l_i(m)$ の原材料鉄筋の本数を $x^i_{k_i}$(本)とすると，需要を満たし，かつ最小費用を与えるような鉄筋（径は一種類）の購入量と切断パターンを求める問題は以下のように定式化される，

$$\left.\begin{array}{l}
\text{Minimize } \displaystyle\sum_{i=1}^{m} C_i \left(\sum_{k_i=1}^{K_i} x^i_{k_i}\right) \\[2ex]
\text{Subject to } \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{k_i=1}^{K_i} \mathbf{P}^i_{k_i} x^i_{k_i} \leqq \mathbf{d} \\[2ex]
\qquad x^i_{k_i} \text{：非負の整数} \\[1ex]
\qquad \left[\begin{array}{l} i=1,2,\cdots\ n \\ k_1=1,2,\cdots\ K_1 \\ \quad\vdots \\ k_m=1,2,\cdots\ K_m \end{array}\right] \\
\qquad \mathbf{d}=(d_1,d_2,\cdots,d_n)^t
\end{array}\right\} \quad \text{—(1)}$$

4. 解法－効率的な近似解の求め方について

いま，上記のような可能な切断パターン $\mathbf{P}^i_{k_i}$ をあらかじめ，

すべて求めておくことができれば上記問題(1)は線形整数計画法の問題となる。しかし、一般に切断パターンP_{k_i}のすべての可能な数は膨大なものとなるうえに、整数解を求めなければならないので、最適解を求めることは事実上不可能であると考えられる。このため、本研究では、列生成法を導入して、かつ整数条件を一応除去してしまうとLPの問題となることに着目した近似解法を考察の対象とした。いま、制約条件式数はmであるから、基底変数の個数は、高々mである。このため、解法においては、初期実行可能解として、m個の実行可能な切断パターンを作り、まず基底解を求める。そして、順次、目的関数値を改善する切断パターンをDP問題を解くことにより求めながら最適解に到るまでの計算を繰り返す。基底形式に変換した場合の目的関数の係数は、Bを現在の基底変数に対応する切断パターンのベクトルから求められる基底行列とすると、$\bar{c}_i = c_i - c_B B^{-1} P_{k_i}$となっている。いま最適解に達していない場合には、$\bar{c}_i < 0$となっている変数$x_{k_i}$が必ず1つ以上存在するから、次のステップで解の改善に寄与する変数と切断パターンを求めるためには、$\bar{c}_i < 0$となっている変数のうち、最小のものを求めることが必要である。このような解の改善をはかるために、次のステップで基底に導入する変数と切断パターンを求める補助問題は次のように定式化できる。

$$
\left.
\begin{array}{l}
\mathrm{Min}\,(\bar{c}_i = c_i - c_B B^{-1} P_{k_i}) = \mathrm{Max}\,(c_B B^{-1} P_{k_i}) \\
\textit{Subject to}\quad \sum_{j=1}^{m} a_j\,{}_jP_{k_i} \le l_i \\
\qquad\qquad {}_jP_{k_i}:\ \text{非負の整数} \\
\left[
\begin{array}{l}
i = 1, 2, \cdots, m \\
j = 1, 2, \cdots\ \ n \\
k_1 = 1, 2, \cdots\ \ K_1 \\
\quad\vdots \\
k_m = 1, 2, \cdots\ \ K_m
\end{array}
\right]
\end{array}
\right\} \quad (2)
$$

ここで、この問題(2)は、一次元のナップサック問題となっており、本研究では、ダイナミックプログラミングを用いて解いた。(D.P.問題の定式化については、割愛する。)

5. 計算結果および分析　以上の方法に従って最適解を求めていくと、LPとしての最適解が求まる。しかし、最終的に原材料鉄筋の本数を求めなければならないので、解は整数解となっていなければならない。このLPの最適解をもとに、整数解を求めるために、① LPの解の各変数の値を切上げをする。② LPの各変数の値を切下げ、不足分を整数計画法により求める。の2つの代替的な方法が考えられる。しかし、①、②のいずれの場合によって解を求めても、解の最適性の保障はない。また、最適解からどれくらい乖離しているかも不明である。そこで表-1に示すようなかなり規模の小さい例題を作り、①、②および③整数線形計画法による方法の3通りを用いて解を求めたがこれを表-2に示す。この表より、①、②のような方法によって解を求めても、③の方法によって求めた最適解からの乖離はほとんどなく、十分精度のよい近似解が①あるいは②によって得られると考えられる。これより、一般のもっと規模の大きな問題についても同じことがいえるかということについては、現在の計算機の能力、容量の限界をはるかにこえてしまうため、確かめるすべもない。しかし、規模の大きな線形整数計画問題において、整数条件を除去したLPを解き、その最適解をまるめた解が、一般に近似解を与えるといわれていることを考えあわせると、上記の方法を規模の大きな問題に適用しても妥当であると考えられる。最後に、実際の地下鉄工事における本体構築工を対象とした事例計算を行ない、実証的分析を試みたが、それについては紙面の都合上、講演時に詳述することとする。

表-1　例題

原材料鉄筋	長さ (m)	1本当たりの価格(円)	加工鉄筋	長さ (m)	需要本数 (本)
l_1	3	3	a_1	0.9	4516
l_2	4	4	a_2	1.3	3897
l_3	5	5	a_3	1.7	5557

表-2　計算結果

解法	目的関数値 (円)	各原材料鉄筋の購入本数 (本)		
		l_1	l_2	l_3
①	19527	3897	830	903.2
②	19531	3897	830	904
③	19527	0	4	3903