# 公共ふ頭の最適バース数に関する一考察

関西大学工学部　正会員　則武　通彦
関西大学工学部　正会員　○木村　作郎

## 1．まえがき

公共一般雑貨ふ頭における最適バース数を決定するために従来からなされてきた研究は以下の点で不十分である。まず、対象期間の港湾取扱貨物量とふ頭のバース数、および港湾における船舶の動態の間の関係が明らかにされてない。次に、バースと船舶は、遊休時と稼動時のいずれの場合においても費用が発生するのであるから、その両方の費用を考慮しなければならないが、その点に対する整合性が不十分である。さらに、従来の研究は、大別して、港湾に在港する船舶隻数の分布を基礎にするものと、港湾における船舶とバースの間の待ち合せ現象を基礎とするものがあるが、それら2つのモデルの間の関係や差違についての分析はほとんどなされていない。

本研究は、上記の欠点を考慮して、公共ふ頭における最適バース数を決定するための統一的な方法論を提示するものである。

## 2．公共ふ頭の最小必要バース数の決定

いま、港湾におけるバース数が$S$であるとすると、それらのバースが占有されている程度、すなわち占有度$(D.O)_S$は、

$$(D.O)_S = \left(\sum_{n=0}^{S} n P_{n,S} + S\sum_{n=S+1}^{\infty} P_{n,S}\right)\Big/S \qquad (1)$$

となる。上式より明らかに、

$$(D.O)_S < 1 \qquad (2)$$

である。ここで、$P_{n,S}$は、バース数が$S$のとき、考察対象の港湾オペレーションの期間$T$（通常は1年）の間で$n$隻の船舶が在港する確率である。

次に、$Q$を期間$T$の間の港湾取扱貨物量(トン)、$R$をバース1日あたりの平均荷役率(トン/日)、$\bar{n}_{b,S}$をバース数が$S$のとき、期間$T$の間にバースでサービスされる平均隻数とすると、

$$Q/(RT) = S\cdot(D.O)_S = \bar{n}_{b,S} \qquad (3)$$

となる。よって、式(2),(3)より、ふ頭に最小限建設しなければならないバース数の条件は、

$$S > Q/(RT) \qquad (4)$$

となる。

## 3．最適バース数決定のための評価方法

バース数$S$のときの、期間$T$における港湾総費用$C_S^T$（円）は、

$$C_S^T = C_b + C_a = c_b T S + c_a T \bar{n}_S \qquad (5)$$

となる。ここで、$C_b$と$C_a$は、それぞれ期間$T$におけるバースの総費用(円)および、港湾での船舶の総費用(円)であり、$c_b, c_a$は、それぞれバースおよび船舶の1日あたりの費用(円/日)であり、$\bar{n}_S$は、バース数が$S$のとき、期間$T$の間の平均在港隻数である。

1)一般的な最適バース数決定方法

いま、バース数$S$のときが最適であると仮定すると、

$$C_S^T < C_{S+1}^T, \quad C_S^T < C_{S-1}^T \qquad (6)$$

でなければならない。よって式(5)を考慮すると、

$$\bar{n}_{S-1} - \bar{n}_S > c_b/c_a > \bar{n}_S - \bar{n}_{S+1} \qquad (7)$$

となる。上式は、バース増設による限界費用が、バース増設による限界便益（在港船費の低減分）を下回っている間はバースを増設し、その関係が逆になる前のバース数が最適であるという結果を与えている。

2)港湾取扱貨物量($Q$)とバースの平均荷役率($R$)が与えられたときの最適バース数決定方法

現実にふ頭の最適バース数を決定する際に

は、QとRとが与えられている場合が多い。式(4)を満たすバース数に関しては、いずれも式(3)を満足しなければならないので、

$$\bar{n}_{b,S-1} = \bar{n}_{b,S} = \bar{n}_{b,S+1} = Q/(RT) = \mathrm{const.} \quad (8)$$

となる。ところで、

$$\bar{n}_S = \bar{n}_{b,S} + \bar{n}_{w,S} \quad (9)$$

である。ここで、$\bar{n}_{w,S}$は、バース数がSのとき、期間Tの間にバース待ちする平均隻数である。よって、式(8)を考慮して式(9)を式(7)に代入すれば、

$$\bar{n}_{w,S-1} - \bar{n}_{w,S} > C_b/C_s > \bar{n}_{w,S} - \bar{n}_{w,S+1} \quad (10)$$

となる。すなわち、QとRが与えられている場合には、最適バース数の決定は、平均在港隻数(式(7))あるいは、平均バース待ち隻数(式(10))のいずれで行なっても良いことになる。

4. 港湾における船舶の動態分析モデル

港湾における船舶の動態を分析するモデルには、従来から、港湾における在港隻数の分布そのものを基礎とするものと、港湾における船舶のバース待ち合せ現象を基礎とするものとがある。

1)在港隻数分布モデル(SDPモデル)

Plumleeらの調査によって得られた港湾での在港隻数の分布は、ふ頭におけるバース数および平均在港隻数のいかんに関係なく、いずれも次式のようなポアソン分布に従う。

$$P_{n,S} = (\bar{n}_S)^n e^{-\bar{n}_S}/n! \quad (11)$$

上式において、観察されたデータから$\bar{n}_S$を推定する方法は次式による。

$$\bar{n}_S = \sum_{n=0}^{\infty} n f_{n,S}/T \quad (12)$$

ここで、$f_{n,S}$は、バース数がSのとき、期間Tの間で、n隻の船舶が在港する観察日数である。

式(3)に式(1)の変形された式を代入して、

$$\frac{Q}{RT} = S\left\{1 - \sum_{n=0}^{S-1}(S-n)P_{n,S}/S\right\} \quad (13)$$

変形して、さらに式(11)を代入すれば、

$$\sum_{n=0}^{S-1}(S-n)\frac{(\bar{n}_S)^n e^{-\bar{n}_S}}{n!} = S - \frac{Q}{RT} \quad (14)$$

となる。よって、Sの各値に対して、式(14)の関係を満足する$\bar{n}_S$の値を収束計算法により決定し、最適バース数の条件式(7)に代入すればよい。実際の計算にあたっては、上式より、

$$g(\bar{n}_S) = \sum_{n=0}^{S-1}(S-n)\frac{(\bar{n}_S)^n e^{-\bar{n}_S}}{n!} - S + \frac{Q}{RT} = 0 \quad (15)$$

とおいて、レギュラファルシ法により、コンピューターを用いて根、$\bar{n}_S$を求めればよい。

2)待ち合せモデル

公共一般雑貨ふ頭への船舶の到着分布はポアソン分布、バースでのサービス時間分布は指数分布あるいは低次のアーラン分布に従うことが確認されている。また、待ち合せモデルで定義されているトラフィック密度($a=\lambda/\mu$)は、$S(D.O)_S$および、$\bar{n}_{b,S}$に等しいことがわかる。ここで、$\lambda$は船舶の平均到着率(隻/日)、$\mu$は船舶の平均サービス率(隻/日)である。

○M/M/S(∞)モデル

定常状態におけるシステムの状態確率は、

$$P_{n,S} = a^n \cdot P_{0,S}/n! \quad (0 \le n \le S) \quad (16)$$

$$P_{n,S} = a^n \cdot P_{0,S}/(S! \cdot S^{n-S}) \quad (S \le n) \quad (17)$$

となる。ここに、

$$P_{0,S} = \left[\sum_{n=0}^{S-1} a^n/n! + a^S/\{(S-1)! \cdot (S-a)\}\right]^{-1} \quad (18)$$

である。

また、バース待ちする平均隻数、$\bar{n}_{w,S}$は、

$$\bar{n}_{w,S} = a^{S+1} \cdot P_{0,S}/\{(S-1)!\,(S-a)^2\} \quad (19)$$

さらに、港内の平均在港隻数は、

$$\begin{aligned}\bar{n}_S &= \bar{n}_{w,S} + \bar{n}_{b,S} \\ &= a^{S+1} \cdot P_{0,S}/\{(S-1)! \cdot (S-a)^2\} + a\end{aligned} \quad (20)$$

よって、この場合は、式(19)を式(10)に代入するか、あるいは、式(20)を式(7)に代入することにより、最適バース数が得られる。

計算例と考察については講演時に発表する。