

斜面侵食流路の水理特性に関する研究 (3)

京都大学 防災研究所 正員 芦田 和男
 京都大学 防災研究所 正員 澤井 健二
 住友建設 正員 ○藤田 学
 京都大学 大学院 学生員 渡辺 弘昌

1. まえかき 斜面侵食流路では、穿入蛇行や階段状縦断形が発達し、その出水特性や土砂流出特性に大きな影響を及ぼしている。著者らは、これまで主に実験的にその特性を究明してきたが、今回、縦断形状の発達過程について、理論的考察を加えた下報告する。

2. 1次元漸変流による縦断面形状の変動に関する解析

2-1 基礎方程式 流れを擬似定流と仮定すれば、1次元漸変流の基礎式は、
$$\frac{dh}{ds} = \frac{(1 + \lambda \frac{d\theta}{ds} h) \sin \theta - \frac{f}{8} \frac{q^2}{h^3}}{\cos \theta - \frac{\alpha}{8} \frac{q^2}{h^3}} \dots (1)$$

で表わされる。ここに、 h は水深、 θ は河床勾配、 f は摩擦損失係数、 q は単位幅流量、 S は底面に沿った距離である。また、河床変動の基礎式は、以前、粘着性流路床の線形安定解析に用いたものをさらに一般化して $\frac{\partial \eta}{\partial t} = -E \dots (2)$

$E/U_* = \text{Const.} \dots (3)$ で与える。ここに、 t は時間、 E は侵食速度、 U_* は摩擦速度、 η は底面に垂直方向の変位である。

2-2 正弦波近似モデル 河床形状を図-1に示すような正弦波で近似し、 $h/h_0 = \eta$, $\theta = \beta$, $\eta = \zeta$, $\theta = \alpha$ とおくと、 $\zeta = \alpha \sin \beta$ となり、式(1)より次式が得られる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \beta} = A_1 F_1 \left\{ F_2 \left(1 - \frac{A_8 \sin \beta}{A_1^2 F_1^3} \right) - A_2 / \eta^3 \right\} / \left\{ \sqrt{1 - F_2^2} - 8 A_2 / \eta^3 \right\} \dots (4)$$

ここに、 α は平均河床に沿う距離、 β はそれに垂直な変位である。また $A_1 = 1/h_0$, $A_2 = \sin \theta_0$, $A_7 = f$, $A_8 = q/h_0$, $F_1 = \sqrt{1 + (A_8 \cos \beta / A_1)^2}$, $F_2 = \{ A_2 + \sqrt{1 - A_2^2} (A_8 \cos \beta / A_1) \} / F_1$ であり、

η は等流状態のものを示す。式(4)を境界条件 $\eta|_{\beta=0} = \eta|_{\beta=2\pi}$ のもとで解くことによって、水面形が決定され、式(2)(3)から Δt 時間後の河床を求めることができる。さらに得られた河床を最小2乗法によって再び正弦波で近似すると、 $\zeta = \alpha \sin(\beta + \gamma)$ となる。ただし Δt 時間後の平均河床を新しい β 軸に選んで直している。今、 Δt を微小にとると、増幅率は、 $(\alpha_{\Delta t} - \alpha) / \Delta t$ で与えられる。また、河床の伝播速度は同様にして、 $\frac{\partial \gamma}{\partial t} \approx \gamma_{\Delta t} / \Delta t$ で与えられる。

2-3 線形解析 式(1)~(3)において河床形状の曲率を無視し、各量を平均量と変動量とに分け、変動量が微小であるとして、高次の項を省略し、変動量が $Q' = \text{Real} [A_0 e^{n t + i(k s + \beta \omega)}]$

と表わされるものとすれば、増幅率および伝播速度は次式で与えられる。

$$r, Q = E_0 \left\{ \left(\sqrt{1 - A_2^2} - \frac{8 A_2}{A_7^3} \right)^2 + (3 A_1 A_2)^2 \right\} / \left\{ A_8 \sqrt{1 - A_2^2} \left(\frac{8 A_2}{A_7^3} - \sqrt{1 - A_2^2} \right) \right\}$$

$$r, \beta = E_0 \cdot 3 A_1 A_2 \sqrt{1 - A_2^2} / \left\{ \left(\sqrt{1 - A_2^2} - \frac{8 A_2}{A_7^3} \right)^2 + (3 A_1 A_2)^2 \right\}$$

ここに、 E_0 は等流状態における侵食速度である。

2-4 解析結果 図-2は、 $q/h_0 = 0.1$ の状態を時間の原点に選んで、 $1/h_0 = 1.0$ のもとで $\sin \theta_0$ を $0.0995 (1/10) \sim 0.5547 (1/2)$ まで変化させた場合と、 $\sin \theta_0 = 0.3162 (1/5)$ のもとで $1/h_0$ を $5 \sim 10$ まで変化させた場合について、振幅の時間的变化を解析した結果である。

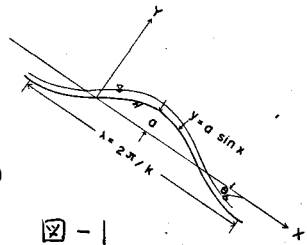


図-1

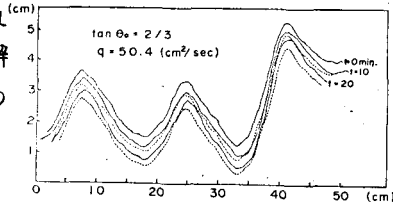
この図によれば、同一の勾配では、波長が短いほど増幅速度が大きい。その反面、より小さな波高で既に射流状態の解が存在しなくなる。この状態に達した擾乱が、その後も増幅を続けるかは増幅が止まるかは本解析では不明であるが、もしも増幅が止まるならば、結局波長の短い擾乱ほど小さな波高で平衡状態に達することになり、時間の経過とともに、大きな波長の擾乱が卓越してくることになる。

Figure 1 is a graph showing the dependence of the dimensionless parameter A_2 on the dimensionless parameter q/h_0 . The y-axis is logarithmic, ranging from 10^0 to 10^1 . The x-axis is linear, ranging from 0 to 10. Several curves are plotted, labeled with values of A_2 and q/h_0 . The curves show that A_2 increases with q/h_0 , and the rate of increase is higher for larger values of A_2 .

Curve Label	A_2	q/h_0
0.9995	10	0.3162
0.991	10	0.3162
0.3162	10	0.3162
0.3162	5	0.3162
0.5547	10	0.3162

図-3は、 E_0 で基準化した正弦波の伝播速度 η と q/h_0 の関係を図-2と同じケースについて示したものである。 $\eta > 0$ は、擾乱が上流側へ進行することを示している。 η は線形解析では、図中の白れで示すように q/h_0 に依存しない値であるが、数値解析では実線で示すように、波長の小さいものや、勾配の急なものについて多少の変化が見られる。ただし、波長の小さいときに線形解析の結果と異なっており、精度的な問題が残されている。

3. 実験との比較 実験は、アクリルによって側壁を固定された全長 2m の水路に、バ
イトナイトと砂の混合物をつめて、上流端から単位幅流量 50.4 cc/sec を与え、側方から河床
水面形を 10 分間隔にトレースした。なお河床の二次元性がくずれた時点で測定を打ちま
す。河床を修正し、その時点を $x=0$ として再び実験を繰り返した。平均勾配は $3/4$ で、図-4
の実線がその河床変動を通水 20 分後まで追跡したものである。点線は、式 (1)~(3) の一次元
解析であるが、平均河床低下量、増幅率は 10 分後でそれぞれ実験値の $1/4.5$ 倍、 $1/4$ 倍とな
った。伝播については、実験ではやや下流側に進行しているが、計算では平均河床にほぼ
垂直に低下している。また、初期の河床形状を正弦波で近
似し、各時間スラップごとに最小 2 乗法で正弦波に修正した解
析は、10 分後では、平均河床低下量、増幅率は実験値の
27、 $1/13$ 倍となり、図-4 の点線で示される解析解同様、
実験値よりやや大きな値となっている。



参考文献 1) 芦田, 澤井, 藤田 裸地・斜面侵食流路の水理特性に関する研究 関西支那年報概要集 昭和54年度
2) 芦田, 澤井, 藤田 斜面侵食流路の水理特性に関する研究 (Ⅱ) 年次講演会概要集 昭和52年度
3) 芦田, 澤井 裸地斜面における流路の縦断形状について " 昭和51年度