

stochastic approach による dune bed の流砂量推定について

京都大学工学部 正員 中川 博次
 京都大学工学部 正員 辻本 哲郎
 関西電力 正員 O 矢田 篤

1. まえがき 河床波については統計的な取り扱いが 1966 年の Nordin & Alger ¹⁾ の論文発表を契機に注目され, Kennedy ²⁾ による河床の安定理論とともに河床波研究に重大な役割を果たすであろうと期待された。しかし, 今では河床形態の統計的構造という名のもとにそのスペクトル特性等が検討されたばかりにとどまり, 期待された程にはその役目を果たさなかったように思える。著者はこの統計的アプローチの有効性に注目し, 今では移動床過程 (流砂量, 抵抗, 河床変形過程 ³⁾) などの適確な記述, 現象予測への適用法について研究を行っており, 本報では dune regime での流砂量推定に関連して論じる。

2. dune bed 上の流砂現象 dunes または ripples の形成された条件での流砂量推定は従来有効掃流力を評価して平坦平衡流砂量式を適用するという立場で行われてきた。しかし言うまでもなく河床波の一波長に注目してみれば, その流砂は憩流長から河床波峯にかけて流砂量の増加する非平衡な様相を呈しており (図 1 参照), 従って砂面摩擦抵抗が正當に評価できても流砂量が正しく推定できるとは限らない。従って少なくとも流砂機構に立脚した流砂量式ではこの手順による流砂量推定は不合理である。著者は河床波の一波長分に注目して水流および流砂の機構を丹念に調べ ⁴⁾ これと併行して河床形状およびその砂粒運動の統計的性質とそこに含まれる法則とも調べ, これをもとに dune regime の移動床現象を記述しようとする立場で研究を進めている。この方針は図-2 に示した。図の (*) は一波長に注目してその力学機構を探るもので本報の対象外である。

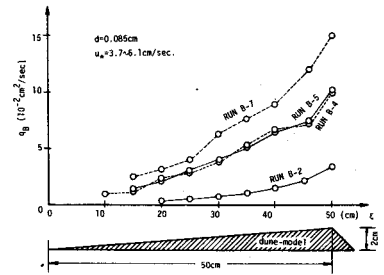


図-1

3. 河床形状の統計モデル 河床形状の統計的特性は, 静特性としては Gaussian モデルが適当であり ^{2), 5)}, 動特性としてはスペクトルを取り上げ ⁶⁾ 日野 ⁶⁾ または Jain ⁷⁾ によって導かれた 3 乗則をもとに普遍関数表示を試み, その相似条件を検討することによってスペクトルモデルを得た。すなわち, その普遍

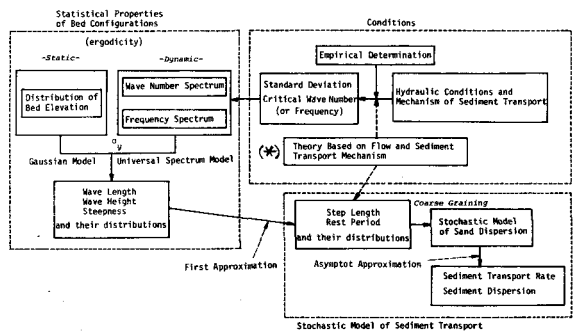


図-2

無次元スペクトル $S_{\eta\eta}(k)$ の存在 ($k = k_0$, k_0 : 適当な長さスケール) が, 高波数域における 3 乗則および規格化条件 ($S_{\eta\eta}(k) dk = S_{\eta\eta}(k) dk$) の役目のもとに指摘されている ⁸⁾。著者はさらに $k < k_0$ (k_0 は 3 乗則の成立する限界波数) では有意な peak のないことを利用して $0 \sim k_0$ の波数域の全分散 (σ^2) への寄与について検討した。その結果, 図-3 に示されるようなスペクトルのモデル化

が可能であることがわかった。すなわち、 $S_y(k) = \begin{cases} f(\phi)k^{-3} & k \geq k_0 \\ (1+\epsilon_s)f(\phi)k_0^{-3} & k < k_0 \end{cases}$ である。ここに $f(\phi)$ は変異角の関数であり

ϵ_s は 0 に近い補正係数である。さて 高・低波数域の分散への寄与をそれぞれ Δ_s^2 , Δ_l^2 とすれば、 $\Delta_s^2 + \Delta_l^2 = \sigma_y^2$ であり、相似性の仮定より 各領域からの分散への寄与割合は一定値となり、 $\sigma_y k_0 / \sqrt{f(\phi)} = \sqrt{[2(1+\epsilon_s)+1]/2} = C_s = \text{const.}$

が導かれる。図-4 は、従来の資料で $\sigma_y k_0$ と $f(\phi)$ の関係を調べたもので上式が 12 は妥当で C_s の値が約 1.3 であることを示す。また 図-5 では $k_0 h = \text{const.}$ (k_0 は波数) ≈ 0.15 が示され 長さスケール h として h が適当であることがわかる。

これより無次元波数スペクトルとして $S_{y*}(k_*) = \begin{cases} K_s k_*^{-3} & (k_* \geq k_{*0}) \\ K_s (1+\epsilon_s) k_{*0}^{-3} & (k_* < k_{*0}) \end{cases}$ を用いければ ($K_s = (k_0 h C_s)^2$, $k_* = k/k_0$, $S_{y*}(k_*) = S_y(k)/\sigma_y^2 h$)、普遍表示されることわかった。

このスペクトルモデルのモーメントから波長特性量を求めると、 $L_1 = \frac{M_0}{M_1} = 1/k_0$, $L_2 = \sqrt{\frac{M_0}{M_2}} = 0.73/k_0$ (M_i : i 次スペクトルモーメント) となり、Yalin の指摘する $L \approx 5R$ とほぼ一致しモデルが妥当であることを示している。次に確率過程論を用いて単位長さ当りの零交叉発生確率密度に注目すると、隣り合う零交叉間隔を統計的に独立であるとし、その分布の再生性を仮定し、波長分布と零交叉間隔分布が畳み込みの関係にあることを用いて Laplace 変換の手法を利用して波長の平均値、分散がそれぞれ $E[L] = 2/\gamma_0$, $\text{Var}[L] = (4/\gamma_0) \int_0^\infty R_{zz}(\xi) d\xi$ の形で得られ、変動係数は、 $\alpha_L = \{2\gamma_0/\pi \cdot \int_0^\infty \sin^2(p\xi) d\xi\}^{1/2}$ となる。ここで γ_0 : 零交叉発生確率密度 $= 2\sqrt{M_2/M_0}$, $z = 2UL/\gamma_0 - 1$, R_{zz} : 相関関数, $\gamma(\xi) = R_{yy}(\xi)/\sigma_y^2$ である。この結果、波長の平均値として従来の $\text{gain}^{(2)}$ が用いている γ_0 の逆数の 2 倍が適当であることがわかり、また 指数型あるいは余弦関数を組み合わせれば $\gamma(\xi)$ を仮定すると波長の変動係数が 0.4~0.5 程度であることが示されこれまでの実験結果と一致した。

一方 周波数スペクトルについても同様の検討を行なった結果、相似条件の一つとして -2 乗および -3 乗領域の限界周波数の比 S_0/S_1 が約 1/5 であることを用いてモデル化を行なった。

4. dune bed の流砂に関する stochastic model dune bed では平均 step length は河床波長の半分程度となり、零交叉間隔に相当すると思われる。これを認めると $r=2$ の gamma 分布 (r : shape parameter) の適合が妥当であることが示される。一方、rest period については同様の手法によって周波数スペクトルの考察、河床波の進行速度の検討にもとづいて調べられる。このように step length, rest period の平均値および分布がわかれば流砂に関する stochastic model を用いて着目砂粒群の分散性や流量が推定されることになる。一方 上述の周波数・波数スペクトルのモデルから計算される卓越周期・波長から流砂量が算定され実験値と良く一致することがわかった。

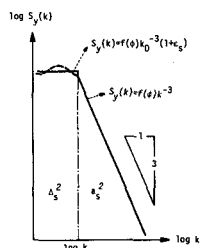


図-3

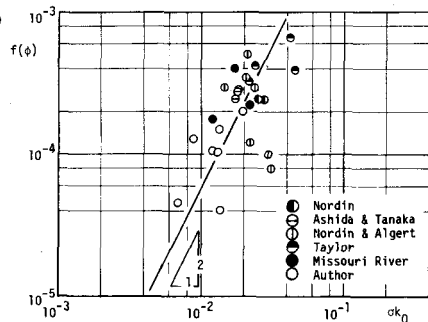


図-4

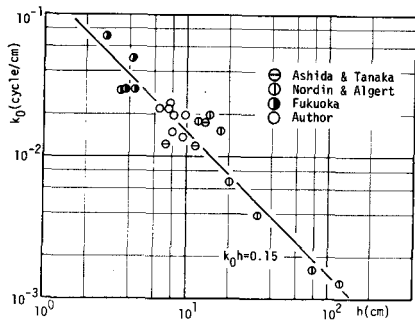


図-5

- <参考文献> 1) Nordin & Algert: Proc. ASCE, HY, 1966, 2) 中川: 土木学会研究報告, 1976, 3) 中川: 土木学会論文 32 回年報, 1977, 4) 中川: 土木学会研究報告, 1978, 5) Nordin: Proc. Int. Sym. Stochastic Hyd., 1971, 6) 日野: J.F.M., 1968, 7) Gain: Ph.D. thesis, Univ. of Iowa, 1970, 8) Cheong & Shen: Proc. ISRM, 1973.