

開水路網の流氷の数値計算について

神戸大学工学部 正 員 神田 徹
鳥取県 正 員 桑田明仁
神戸大学大学院 学生員 ○辻 貴之

1. まえがき

開水路網の流氷に対する数値解析において逐次計算を用いる場合、基礎方程式の非線形性によっては、解の収束性は必ずしも良くない場合がある。特に分・合流等の流氷の急変部特性が含まれたり、水路網が複雑化した場合にも解が良好に収束するとは限らない。

本研究は、Networkを構成する分流部、合流部について解の収束状況を調べ、いかなる要素がその収束性に影響を及ぼすかを検討したものである。

2. 基礎方程式

分・合流部をそれぞれ、図-1, 2のようにモデル化する。ここで節点定義量として水深を、枝定義量として流量を与えると、連続方程式、運動方程式は次式のようにになる。

a) 分流部

$$\left. \begin{aligned} -Q_a + Q_b + Q_c &= 0 \\ \frac{Q_a^2}{2gB_a^2h_1} + h_1 - \left(\frac{Q_b^2}{2gB_b^2h_2} + h_2 \right) - f_{ba} \frac{Q_b^2}{2gB_b^2h_2} &= 0 \\ \frac{Q_c^2}{2gB_c^2h_3} + h_1 - \left(\frac{Q_c^2}{2gB_c^2h_3} + h_3 \right) - f_{bc} \frac{Q_c^2}{2gB_c^2h_3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

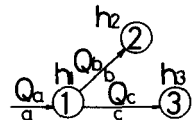


Fig-1 分流部

b) 合流部

$$\left. \begin{aligned} -Q_a - Q_b + Q_c &= 0 \\ \frac{Q_a^2}{2gB_a^2h_1} + h_1 - \left(\frac{Q_c^2}{2gB_c^2h_3} + h_3 \right) - f_{ca} \frac{Q_c^2}{2gB_c^2h_3} &= 0 \\ \frac{Q_b^2}{2gB_b^2h_2} + h_2 - \left(\frac{Q_c^2}{2gB_c^2h_3} + h_3 \right) - f_{cb} \frac{Q_c^2}{2gB_c^2h_3} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

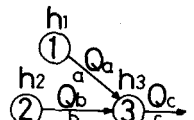


Fig-2 合流部

ここに、 f_{ba} は分流、合流によるエネルギー変化を表わす係数。

3. 解の収束性

著者らはすでに、上記の(1), (2)式において、 $h_1, h_2, h_3, Q_a, Q_b, Q_c$ のうち3つを既知量、残りの3つを未知量としてNewton-Raphson法を適用し、解の収束状況とそれらの性質を示した(参考文献1)。ここでは、それらのうち代表的なものを取り上げ、さらに詳細な検討を加える。

まず、合流部における収束状況を示す2つのケースを表-1に示す。Case-Aにおいて初期値が最終的な値に収束していく過程を示したものが図-3(I)

Tab-1 合流部における収束状況

Case-A(h_1, Q_b, Q_c 未知) Case-B(h_3, Q_a, Q_c 未知)

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
01	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
02	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
03	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
04	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
05	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
06	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
07	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
08	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
09	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
10	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
01	0.5	0.6	0.4	0.7	0.6	0.3	0.4	0.2	0.9	0.4
02	0.7	0.6	0.8	0.6	0.1	0.1	0.7	0.9	0.7	0.7
03	0.8	0.6	0.4	0.9	0.9	0.2	0.8	0.6	0.5	0.1
04	0.9	0.7	0.5	0.4	0.4	0.8	0.7	0.2	0.2	0.5
05	0.9	0.8	0.9	0.1	0.7	0.5	0.6	0.9	0.5	0.5
06	0.1	0.8	0.6	0.8	0.4	0.7	0.6	0.5	0.5	0.5
07	0.4	0.8	0.7	0.9	0.7	0.9	0.7	0.6	0.5	0.5
08	0.1	0.8	0.7	0.6	0.2	0.5	0.9	0.7	0.6	0.5
09	0.9	0.9	0.7	0.1	0.5	0.1	0.1	0.8	0.7	0.6
10	0.1	0.9	0.7	0.6	0.7	0.9	0.5	0.1	0.8	0.7

○ 常流水深 } 正しい
● 射流水深 } 流量解
△ 負の水深 }
▲ 負の流量 }
● 負の水深, 正の流量 }
※ 数字は収束回数

である。このケースでは流量の収束性が良好で、流量が正解値に近づいた段階での水深の値がほとんど解の性状を左右する。また0.3(m)以上の水深、0.2(m/sec)より大きな流量を初期値として与えれば確実に常流解に収束して

いき、 $0.15(m)$ 以下の水深、 $0.1(m^3/sec)$ より大きな流量を初期値とすれば確実に射流解に収束する。この領域外の初期値に対しては不安定な収束状況を示す。各領域を模式的に示せば図-3(Ⅱ)のごとくである。一方、表-1・Case-Bの解の状況を示したものが図-4であるが、このケースは流量の収束性が悪いのが主たる特徴で、解の性状は極めて複雑である。特に値がD領域内に入ると流量の値が振動し、最終的にEの領域内に値が入れば常流解に収束し、F領域内に入れば負の水深に収束する。このような特異な収束状況はこのケースだけで合流部での他のケースの収束状況はすべてCase-Aの場合に類似している。

つぎに分流部における収束状況の例を表-2、図-5に示す。分流部では合流部でのCase-Bのような性状は現れず常流解に収束する初期値の領域は明確である。

以上の解析から分・合流部での計算に関して次の点が指摘できる。

(1)分・合流部では、Case-Bを除いて流量の収束性が良好であり、したがって(1)、(2)式において流量を既知とし1つの水深を未知とした3次方程式の解の性状に類似すると考えてよい。

(2)Case-Bのように未知量を選んだ場合、流量と水深が複雑に変動するため、初期値の領域区分が難しい。

(3)常流解を得るためには、一般的に言って、予想される水深解の値より大きな水深を初期値として与えることが必要である。一方、排水路網の計算では水深に比べ流量の仮定の方が困難であるが、幸いにも相当に広い範囲の値を初期流量として与えうる。

4. 結語

分・合流部以外に、曲がり部、水路部についても収束状況を調べたが、いずれの場合も解の収束性は良好でまず問題はない。このような特性の導入が複雑な排水路網での計算手法の確立に有効であろう。

参考文献

(1)神田・桑田、都市河川網における洪水追跡に関する二、三の検討、第22回水理講演会論文集、1978年。

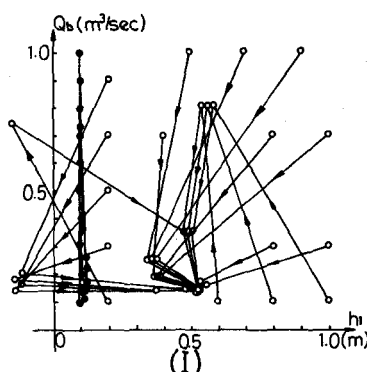


Fig-3 解の収束過程

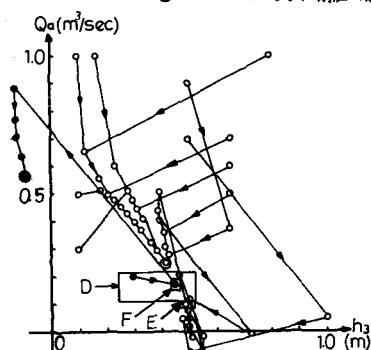
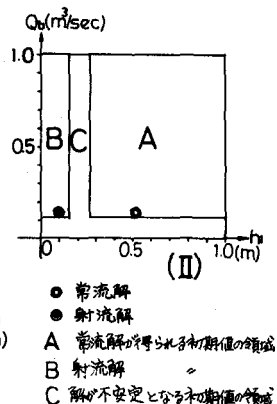


Fig-4 解の収束過程

Tab-2 分流部における収束状況

Q0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Q1	0.11	0.05	0.05	0.07	0.07	0.07	0.06	0.09	0.07	0.07
Q2	0.05	0.05	0.04	0.06	0.10	0.05	0.05	0.04	0.04	0.04
Q3	0.07	0.04	0.05	0.04	0.04	0.04	0.03	0.03	0.04	0.04
Q4	0.07	0.05	0.05	0.05	0.05	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03
Q5	0.07	0.05	0.05	0.05	0.05	0.07	0.04	0.04	0.04	0.04
Q6	0.08	0.05	0.04	0.06	0.05	0.08	0.05	0.05	0.04	0.04
Q7	0.08	0.05	0.07	0.06	0.04	0.04	0.08	0.08	0.06	0.06
Q8	0.08	0.05	0.05	0.05	0.04	0.04	0.04	0.09	0.03	0.03
Q9	0.08	0.05	0.05	0.06	0.05	0.04	0.05	0.04	0.05	0.05
Q10	0.09	0.05	0.05	0.05	0.05	0.03	0.04	0.03	0.03	0.03

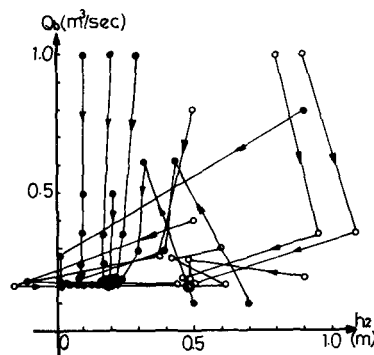


Fig-5 解の収束過程