

流れによる波の屈折の数値計算手法

京都大学工学部 岩垣雄一, 〇酒井哲郎, 杉本俊一

1. まえがき 昨年度の本講演会および海岸工学講演会において、流れによる波の屈折と波高変化に関する1つの数値計算法と流速分布が簡単な場合の理論とを紹介し、数値計算結果と理論結果を比較した結果、両者はほぼ一致するが、特性曲線に沿う計算において、その進行とともに次第に両者の値の相違が顕著になることを示した。ここでは、その原因となる数値計算法上の問題について検討し改良した結果について述べる。

2. 数値計算法の問題点 (1) 波向 まず波向の変化を与える式とし

$$d\theta/dt = \partial(q_c + C_r)/\partial x \cdot \sin\theta - \partial(q_c + C_r)/\partial y \cdot \cos\theta \quad (1)$$

$$dx/dt = U + C_r \cos\theta, \quad dy/dt = V + C_r \sin\theta \quad (2)$$

提案した式(1)を用いている(図-1)。式(1)は式(2)で与えられる経路に沿う波向 θ の時間的变化を示している。ここで q_c は $U \cos\theta + V \sin\theta$ で与えられる流れの波向 θ 方向成分である。 q_c のこの表現を式(1)に代入して得られる式は、波数の非回転の条件式から得られる厳密な式と比べて、 θ の勾配の項が余分に含まれている。実際の数値計算においては、 $q_c + C_r$ の勾配の計算の場合に、式(2)で与えられる経路上の計算点を囲む4つの格子点(図-2)で共通の θ を用いているので、この余分な項は無視したことになる。

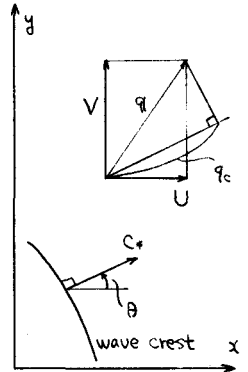


図-1

とここで C_r は流れに相対的な波速であり、微小振幅波の関係式(3)が成立するものと仮定している。例えば $\partial C_r / \partial y$ を計算すると式(4)となる。式(4)中の $C_r = (g/k \cdot \tanh kh)^{1/2}$ (3) $L_* = 2\pi/k$ は流れの中における波長であって、その $\partial C_r / \partial y = 1/2 \cdot \{g/L_* \cdot 2\pi \cdot \tanh(2\pi h/L_*)\}^{-1/2} \cdot \{g/2\pi \cdot \tanh(2\pi h/L_*) \cdot \partial L_*/\partial y + g \cdot \text{sech}^2(2\pi h/L_*) \cdot (-h/L_* \cdot \partial L_*/\partial y + \partial h/\partial y)\}$ (4) $L_* = gT^2/2\pi \cdot \tanh(2\pi h/L_*) \cdot (1 - TU \cos\theta/L_*)^{-2}$ (5) 表現は、波数の運動学的保存式より、

$$V=0 \text{ の場合は } T \text{ を流れのない領域での波の周期として、式(5)で与えられるから、} \partial L_*/\partial y \cdot \partial L_*/\partial y = gT^2/2\pi \cdot \text{sech}^2(2\pi h/L_*) \cdot (2\pi/L_* \cdot \partial h/\partial y - 2\pi h/L_* \cdot \partial L_*/\partial y) \cdot (1 - TU \cos\theta/L_*)^{-2} \text{ は式(6)となる。式(6)}$$

$$-gT^2/2\pi \cdot \tanh(2\pi h/L_*) \cdot (1 - TU \cos\theta/L_*)^{-3} \cdot (TU \cos\theta/L_* \cdot \partial L_*/\partial y - T \cos\theta/L_* \cdot \partial U/\partial y + TU \sin\theta/L_* \cdot \partial \theta/\partial y) \quad (6)$$

からわかるように、 C_r の勾配の中にも θ の勾配の項 $TU \sin\theta/L_* \cdot \partial \theta/\partial y$ を含んでおり、数値計算では C_r の勾配の計算においても θ の勾配の項を無視したことになる。式(6)中の θ の勾配の項 $TU \sin\theta/L_* \cdot \partial \theta/\partial y$ の効果を評価するために、その前の項 $T \cos\theta/L_* \cdot \partial U/\partial y$ と大まかに比較してみた。ただし、各項中の θ 、 L_* の値は、 θ の勾配の項を無視した数値計算の結果を用いた。その結果、式(1)で与えられる経路上を進行するにつれて、 θ の勾配の項が大きくなり、途中で U の勾配の項より大きくなるケースもあることがわかった。

(2) 波高 波高変化は、式(7)で与えられる経路に沿う波のエネルギー

$$dx/dt = U + C_r \cos\theta, \quad dy/dt = V + C_r \sin\theta \quad (7) \quad E = 1/8 \cdot \rho g H^2$$

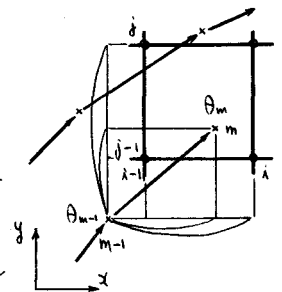


図-2

$$dE/dt = E \cdot \left\{ \partial U / \partial x + \partial V / \partial y + \frac{\partial C_g / \partial x \cdot \cos \theta + \partial C_g / \partial y \cdot \sin \theta}{C_g} + C_g \cdot (-\sin \theta \cdot \partial \theta / \partial x + \cos \theta \cdot \partial \theta / \partial y) \right. \\ \left. + \left\{ C_g / C_r \cdot \cos^2 \theta + 1/2 \cdot (2C_g / C_r - 1) \right\} \partial U / \partial x + C_g / C_r \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta (\partial V / \partial x + \partial U / \partial y) + \left\{ C_g / C_r \cdot \sin^2 \theta + 1/2 \cdot (2C_g / C_r - 1) \right\} \partial V / \partial y \right\} \quad (8)$$

の時間的变化として式(8)で与えられる。式(8)中の U, V, θ の勾配については、計算点を囲む4つの格子点での値を用いて求めたが、 C_g の勾配の項の計算では4つの格子点で共通の θ を用いており、波向の計算における C_r の勾配の項の計算の場合と同様な問題がある。

3. 数値計算法の改良 一般に流れによる波の屈折の場合には、水深の変化のみによる波の屈折の場合と異なっており、波向の変化を与える式(11)の右辺にも波向 θ が含まれる。

Nodaらは、そのために従来の水深の変化のみによる波の屈折計算で用いられていた特性曲線に沿う波向の変化の計算手法を用いず、波数の非回転の式を直接差分して解いている。しかしながら、その場合には沖側境界条件の他に側方境界においても何らかの境界条件を与える必要があり、一般的には不可能である。そのためNodaらも、沖側境界条件のみで済む従来の特性曲線に沿う計算手法と同様の手法の開発の必要性を強調している。ここで検討している手法はまさにそのような手法であるが、2.で述べたような問題点を有している。図-2からわかるように、計算点 m を囲む4つの格子点での θ の値は、すでに計算の終わっている経路上の計算点から内、外挿する必要がある。内、外挿の方法としては多くのものが考えられるが、ここでは最も簡単な一次補間を考える。この場合3点での θ が与えられれば他の点の値は決まるが、数値計算上の簡単さから、計算中の経路の1つ前の計算点 $m-1$ と計算中の点 m の2点での θ の値から補間することにした。この場合図-2に示すように、4つの格子点それぞれについて x 方向と y 方向の2種類の補間を行い、その平均値をとることにした。図-3は、このような改良を行なった場合の数値計算結果を改良前の結果と比べたものの一例で、一樣水深 $h=5.0\text{m}$ で初期波向 $\theta_0=150^\circ$ の場合である。改良後の計算結果は、理論曲線によく一致している。

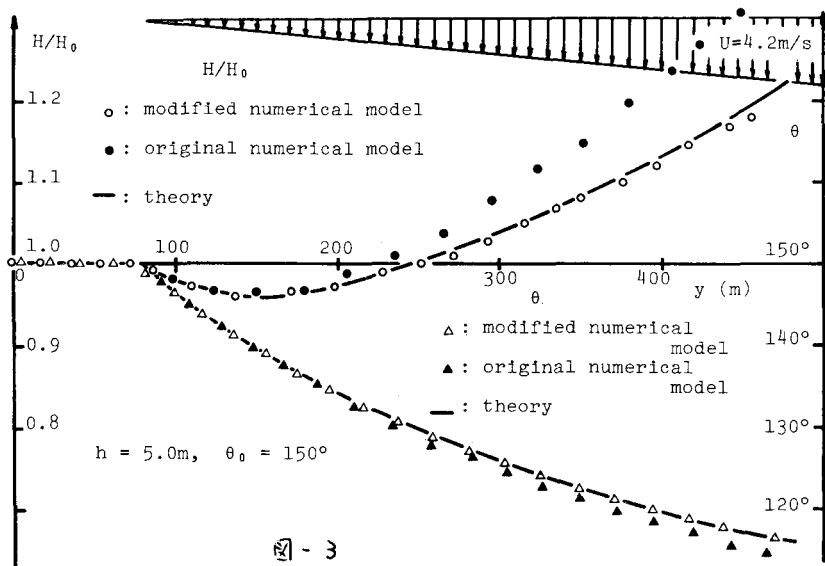


図-3