

塔状構造物の動的安定性に関する研究

京都大学工学部

正員 山田善一

京都大学大学院

学生員 野田 茂

岡山大学工学部

正員 竹宮宏和

名古屋市役所

正員 山本秀隆

1. まえがき

吊橋タワー・ピア系や斜張橋などの長大橋梁の耐震解析では、従来、軸力の影響は無視されてきた。しかし、地震時の桁の振動は、ケーブルに動的な張力を発生させるので、それを支持するタワーのパラメトリック共振を起こすおそれがある。そこで、本研究では、軸力を考慮した斜張の応答解析を行ない、また、タワー・ピア系に周期性励振および不規則性励振がある場合の動的不安定領域を求めた。

2. 解析方法

地震外力および軸力 $P(t)$ を受ける多自由度構造物の運動方程式は次式となる。

$$([M]\frac{d^2}{dt^2} + [C]\frac{d}{dt} + ([K] - P(t)[K_a]))\{x\} = \{F\} \quad (1)$$

ただし、

$$P(t) = P_0 + V(t) \quad (2)$$

P_0 は時間に無関係な一定な力を表わし、 $V(t)$ は動的な力である。

さて、 $V(t)$ を次のように一定振幅 $\bar{P}$ をもつ周期性励振と考える。

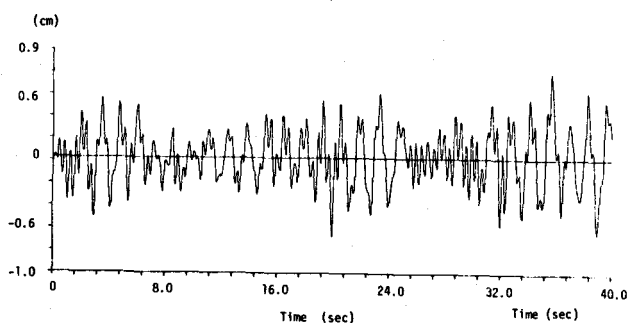
$$V(t) = \bar{P} \sin \theta t \quad (3)$$

この場合、(1)式はMathieu-Hill方程式となり、その解について、励振の周期と同じ周期かあるいは2倍の周期をもつ解が安定領域と不安定領域を区分する境界振動数方程式が知られている¹⁾。さらに、主領域および副領域のほかに、モード間の混合共振が存在する²⁾。

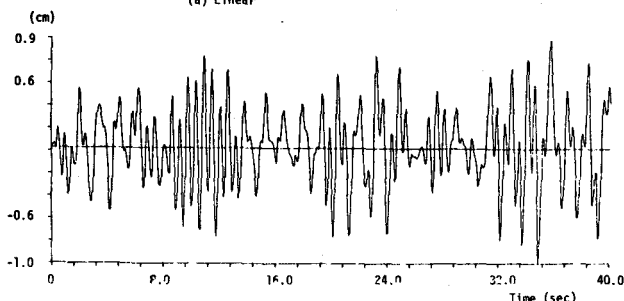
次に、 $V(t)$ が不規則性励振である特別なケースを提示する。今、 $V(t)$ がWiener-Filter過程 $L_p(x) = \frac{d}{dt} \dot{x}$ ($L_p = \frac{d^2}{dt^2} + 2\beta\omega_p \frac{d}{dt} + \omega_p^2$)で規定されるとすると、(1)式の動力学系は確率統計的にKolmogorov-Fokker-Planck式に支配される。応答共分散マトリクス $[Z]$ に関する非線形微分方程式は、応答のガウス性を仮定して、次式となる。

$$\frac{d}{dt}[Z] = [D][Z] + [Z][D]^T + 2\pi S_p [R][Z][\phi][Y][\phi]^T [R]^T + 2\pi S_0 [Q] \quad (4)$$

ここで、 $E[\ddot{x}(t)\ddot{x}(t_2)] = 2\pi S_p \delta(t-t_2)$ 、 $E[\dot{x}(t)] = 0$ 、 $[\phi]$ は系の特性、 $[Y]$ は $V(t)$ および系の特性による時間依存項で



(a) Linear



(b) Considering Axial Force

Fig.1 Response Wave due to White Noise Simulation
($\alpha=0.5$, $S_0=0.001 \text{ m}^2/\text{sec}/\text{rad}$)

ある。(4)式を自乗平均応答 $\{u\}$ に関して変形すると、

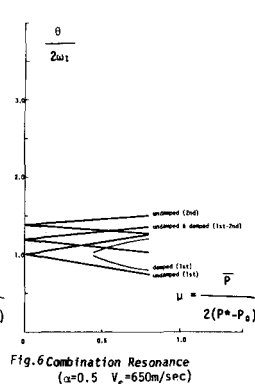
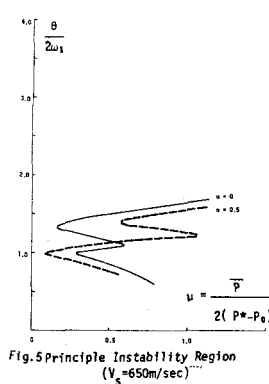
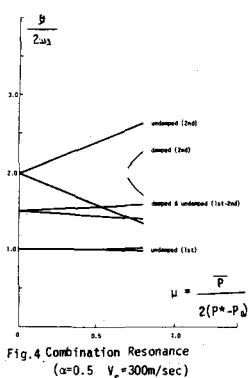
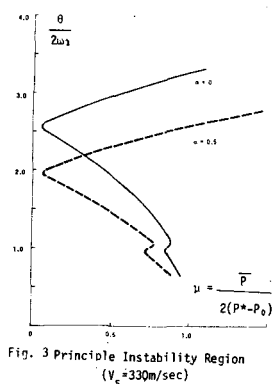
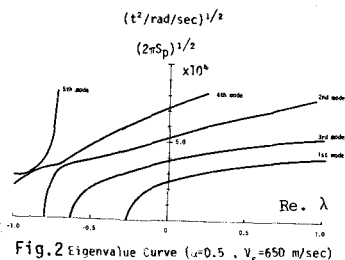
$$\frac{d}{dt} \{u\} = [G(t | \text{system, parametric disturbance})] \{u\} + \{f\} \quad (5)$$

ここで、 $[G]$ は $[D]$ 、 $[R]$ および $V(t)$ に依存するマトリクスである。(5)式は、Routh-Hurwitz 安定性規範によって、その係数マトリクス $[G]$ の固有値の実部(Re. λ)が負であるならば、安定といえる³⁾。

3. 数値計算例

三径間斜張橋では、桁の振動によって惹起されるケーブルの動的付加張力を受けるタワーの中央点において応答を求め、軸力を有しない線形系の応答と比較した。一例として、Fig. 1 に広帯域地震外力を受けるケースを $\alpha=0.5$ について示した。ここで、パラメータ α は、 P_0 とオイルー座圧荷重 P^* との比を表わす。一般に、軸力を有する応答は線形系より大きくなる。また、外力レベルが小さければ一定力 P_0 の影響が大きき、外力が大きくなると励振 $V(t)$ が安定性にとって重要な要素となる。

次に、タワー・ピア系の動的不安定領域をFig. 3~6 (周期性励振)に示す。主領域は、外力の励振振動数 θ が系の固有振動数 ω_i の2倍付近に存在する。せん断波速度 V_s が300 m/secでは、モードが分離しているので不安定領域は離れていて、1次のそれはほとんど存在しないが、モードの連成した650 m/secでは、広い領域となっている。Hsuの近似式による混合共振の領域は、 $\theta = (\omega_R + \omega_L)/n$ 付近に存在する。(2)式の励振 $V(t)$ が一樣な強度レベル S_p をもつ広帯域波とした時の $[G]$ の固有値曲線を(4)式の特別なケースとして、Fig. 2 に示す。 V_s の値によって、不安定となるモードが変化する。



References

- 1) Bolotin, V.V., "The Dynamic Stability of Elastic Systems", Holden-Day Inc., San Francisco, 1964.
- 2) Hsu, C.S., "On The Parametric Excitation of a Dynamic System Having Multiple Degrees of Freedom", Jour. of Applied Mechanics, vol. 30, Trans. ASME, vol. 85, Series E, 1963, pp. 367-372.
- 3) Herrmann, G., ed., "Dynamic Stability of Structures", Pergamon Press Inc., New York, 1967.