

実橋の鉛直曲げガスト時間応答に対する一考察

京都大学工学部 正白石成人 正松本勝 正岡南博夫

1. まえがき ガスト応答を検討する場合、風洞実験的には、風洞内に自然風と相似な変動風を発生させ実橋と相似な空力弹性模型を用いた実験を行なうことが考えられる。しかしながら、これら相似条件をすべて満足させるには、現実には困難な問題が多く、このような実験のみで実橋のガスト応答を正しく推定するまでには至っていないものと考えられる。そこで本研究では、部分模型実験（二次元模型実験）で得られたデータをもとに、また入力となる変動風をある仮定のもとにシミュレートし、実橋の鉛直曲げガスト応答を時間領域で評価する方法を述べるものである。

2. 鉛直たわみ／自由度振動系振動方程式 二次元模型の空力挙動が、実橋のストリップ部の挙動を表わし、モード関数の直交条件を考慮すれば、実橋の鉛直曲げj次モードの振動方程式は次式のように表わすことができる。

$$\ddot{\theta}_j + 2\zeta_j \omega_{0j} \dot{\theta}_j + \omega_{0j}^2 \theta_j = \{ H_j \dot{\theta}_j + L_j(t) \} \int_L \phi_j^2(x) dx / \int_L m \phi_j^2(x) dx \quad (1)$$

ただし、 θ_j ：鉛直曲げj次モード一般座標、 ζ_j 、 ω_{0j} ：無風時のj次モードの減衰比および円振動数、 H_j ：二次元実験より得られる非定常空気力係数（鉛直曲げ変位速度に比例する項）、 L ：橋長、 $\phi_j(x)$ ：鉛直曲げj次モード関数、 $L_j(t)$ ：j次モードの揚力、 m ：単位長当りの質量

式(1)における $L_j(t)$ は、 x 点における橋梁断面に作用する揚力 $L(x, t)$ と次式の関係にある。

$$L_j(t) = \int_L L(x, t) \phi_j(x) dx / \int_L \phi_j^2(x) dx \\ = \int_L (dC_F/dx) \rho b U \int_0^t v(x, \tau) h_g(\tau - t) d\tau \phi_j(x) dx / \int_L \phi_j^2(x) dx \quad (2)$$

ただし、 (dC_F/dx) ：二次元実験より得られる静的空気力係数の勾配、 ρ ：空気密度、 b ：デッキ半幅、 U ：平均風速、 $v(x, t)$ ： x 点における変動風速鉛直方向成分、 $h_g(t)$ ：揚力伝達関数（薄翼では、 $h_g(s) = 0.065 \exp\{-0.13s\} + 0.5 \exp\{-s\}$ 、 $s = Ut/b$ で表わされる近似式が使用される場合がある）二次元実験より得られる。

ここで、系のj次モード応答伝達関数 $\alpha_j(t)$ は、初期減衰比と空力減衰比とを合せた減衰比を ζ'_j とすると、

$$\alpha_j(t) = (-\zeta'_j \omega_{0j} t) \sin(\omega_{0j}' t) \exp\{-\zeta'_j \omega_{0j} t\} \quad (3)$$

$$\omega_{0j}' = \omega_{0j} \sqrt{1 - \zeta_j'^2}, \quad \zeta_j' = \zeta_j - (H_j / 2\omega_{0j}) \int_L \phi_j^2(x) dx / \int_L m \phi_j^2(x) dx$$

となり、j次モードの一般座標は次式で表わされる。

$$\theta_j(t) = \int_0^t \alpha_j(t-\tau) \left[\int_L \left\{ (dC_F/dx) \rho b U \int_0^{\tau} v(x, \tau') h_g(\tau - \tau') d\tau' \right\} \phi_j(x) dx / \int_L m \phi_j^2(x) dx \right] d\tau, \quad (4)$$

式(4)より x 点の鉛直曲げ応答は、次式より求められる。

$$\gamma(x, t) = \sum_j \theta_j(t) \phi_j(x) \quad (5)$$

また、断面力（曲げモーメント M 、剪断力 Q ）は、橋梁断面の断面二次モーメントを I 、弾性係数を E とすれば、次式より求められる。

$$M(x, t) = \sum_j \theta_j(t) (d^2 \phi_j(x) / dx^2), \quad Q(x, t) = \sum_j \theta_j(t) (d^3 \phi_j(x) / dx^3) \quad (6)$$

3. 鉛直方向ガストのシミュレーション ここで述べる解析において、精度よく応答を評価するためには、空間および時間的に変動する鉛直方向ガストを正しく決定することが重要である。本研究では、橋軸方向に分布する鉛直方向ガストを橋軸方向 Δx 区間ごとに離散的に分布するものと仮定しシミュレーションを行なう。その個数 N は $\Delta x / \Delta \omega$ とする。 N 個のガストは同時に同じものが橋梁断面に作用するものではなく、別個のものがある相関をもつて分布しており、そのためある時刻における橋梁断面に作用する空気力は橋軸方向のガスト低減効果を考慮しなければならない。そこで、たがいに相関する N 個の平均値の定常確率がウイバード過程 $p_i(t)$; $i = 1, 2, \dots, N$ の同時シミュレーションを行なう。なお、本研究においては、定常確率過程に限定されるものではなく、入力ガストの非定常性あるいは、橋軸方向に分布した乱れの変化特性等を考慮した実験のガスト過度応答を評価することを目的としたものである。しかしながら、ここでは、まず定常確率過程を考え本解析方法に対する検討を行なうものである。

個々のガストは同じパワースペクトル密度 $S(\omega)$ を有し、各点間のクロススペクトル密度は $S_{ij}(\omega) = S(\omega) \exp\{-K|j-i|\Delta x \omega_{2\pi U}\}$ なる実数で表わされるものとすればしただし、 K は decay factor, j 点におけるガストは次式で表わされる。

$$y_j(t) = \sum_{m=1}^N \sum_{l=1}^M |H_{jm}(\omega_l)| \sqrt{2\omega_l} \cos(\omega_l t + \phi_{lm}) \quad (7)$$

ただし、 $\Delta \omega = (\omega_0 - \omega_L)/M$, ω_0, ω_L ; 上限。

下限円振動数, M ; 周波数域分割個数,

$H_{jm}(\omega_l) = \sqrt{S(\omega_l)} A_{jm}(\omega_l)$, $A_{jm}(\omega_l)$; 行列 A の
(j, m)要素, $\phi = K \omega_l \Delta x / 2\pi U$, $R = \sqrt{1 - e^{-2p}}$, N ;

橋軸分割個数, ϕ_{ml} ; $0 \sim 2\pi$ の一様確率変数

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ e^{-p} & R & 0 & \cdots & 0 \\ e^{-2p} & R e^{-p} & R & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-(N-1)p} & R e^{-(N-2)p} & R e^{-(N-3)p} & \cdots & R \end{bmatrix}$$

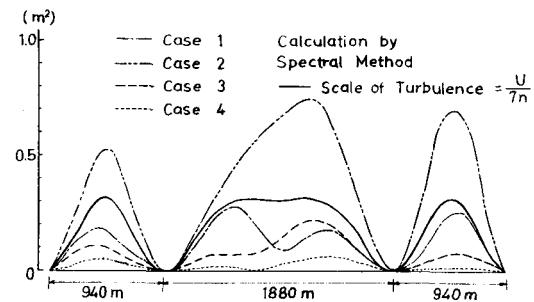


図 1 分散分散値

case 1; $N=2$, case 2; $N=4$, case 3; $N=10$, $U=45, T=20$

4. あとがき 計算結果は紙面の都合で紹介することができないが、1例として図-1に橋長分割個数を変え、それぞれのガストは相関を持たない場合の応答計算を行なう。それぞれの分散値を求められた結果が示されている。同図には、従来 Davenport の方法として知られている周波数領域における解析結果が実線で示されている。この図から知られるように、分割個数によつて応答値に大きく差が表われている。このことから分割個数をどの程度にするかという問題は、ガスト応答を推定する上で重要な要素と考えられ、今後乱れのスケールと密接に検討を要する点であろう。また、ここで述べた解析を行なう上で重要な要素は、空力減衰および揚力伝達関数の評価、スパン方向のガスト低減効果等が挙げられるが、これらに関しては更に検討を加える予定であり、計算結果の詳細については、講演当日発表の予定である。

参考文献 (1) 谷口栄一; 巨大橋補剛斜行の耐風性に関する基礎的研究, 京都大学修士論文, 昭和40年3月

(2) 星谷 勝; 確率論手法による振動解析, 鹿島出版会, 昭和49年