パネル間の局部変形を考慮した薄肉構造物の非線形解析

大阪大学工学部　正　員　前田幸雄
大阪大学工学部　正　員　林　正
大阪大学大学院　学生員　○坪田義則

1．まえがき

有限帯板法は，解析対象には制約があるが，単純な境界条件を有する薄肉構造物の解析には有限要素法より効率的な解析法であり，実用的な解法としての意義は大きい。しかし周知のように，有限帯板法では構造物の支間長方向の変位は連続関数で表わされるために，局部的な変形を考慮しなければならない問題では垂直補剛材間の変形モードを表わす高次項まで級数展開しなければならず，この点が有限帯板法での問題点の一つである。そこで，従来の面外方向の変位関数[1]に垂直補剛材間の変形モードを加えて補剛材間の変形をも考慮できる有限帯板法を試みた。この報告ではその定式化を述べる。

2．解析法

（1）仮定：　1）薄板の曲げに対しては，kirchhoffの仮定が成り立つ。2）1枚の帯板は厚さ，幅，長さ，弾性係数とも一定である。3）帯板の節線は剛結合であり，変形後もその交角は変化しない。4）構造物は両端に隔壁を持ち，単純支持である。両端隔壁はその面内に十分剛であるが，面外には変位を拘束しない。

（2）自由度：　節線間でひずみを連続させるため節線自由度として$\{u, u_y, v, v_y, w, \theta\}$を考える。しかし，Fig. 1のような立体構造物では隅角部の節線上でu_y，v_yを対応させられない。そのため一方の帯板要素の節線接合辺において自由度は4$\{u, v, w, \theta\}$とする[2,3]。さらに面外変位は各パネル中央点に内部自由度$\hat{w}$を有するものとする。

（3）変位関数：　変位関数はx方向に級数展開し次のように仮定する（Fig. 2）。

$$u = \sum_{m=1}^{s} [f_1]\{u_m\} \cos\frac{m\pi x}{l} \qquad (1)$$

$$v = \sum_{m=1}^{s} [f_1]\{v_m\} \sin\frac{m\pi x}{l} \qquad (2)$$

$$w = \sum_{m=1}^{s} [f_2]\{w_m\} \sin\frac{m\pi x}{l} + \sum_{N=1}^{L} \delta_{N,M} [\hat{W}]\{\hat{w}_n\} \qquad (3)$$

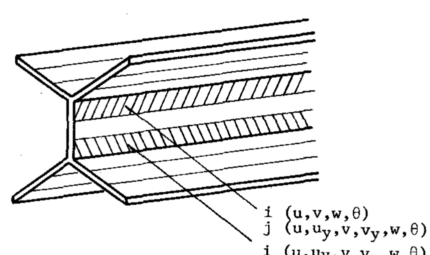

Fig. 1 Thin-Walled Structure

ここで，$\delta_{N,M}$：クロネッカーのδ，$\{u_m\}$，$\{v_m\}$，$\{w_m\}$は節線変位を表わし，$\{u_m\}=\{u_{im}; u_{yim}; u_{jm}; u_{yjm}\}^t$，$\{v_m\}=\{v_{im}, v_{yim}, v_{jm}, v_{yjm}\}^t$，$\{w_m\}=\{w_{im}, \theta_{im}, w_{jm}, \theta_{jm}\}^t$，$\{\hat{w}\}_N$は$N$パネル中央点の変位を表わす。$[f_1]$，$[f_2]$は$y$軸方向の変位関数であり，$[f_1]$は両辺6自由度のときは3次のべき関数，1方の辺が4自由度のときは2次のべき関数で表わす。$[f_2]$は3次のべき関数で表わす[2]。$[\hat{w}]$は1パネルの変位関数であり

$$[\hat{w}] = \left(1-\cos\frac{2n\pi\bar{x}}{a}\right)\left(1-\cos\frac{2n\pi\bar{y}}{b}\right) \qquad (4)$$

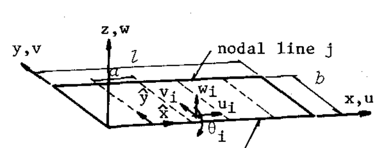

Fig. 2 Strip Element

ここで式(1),(2),(3)をマトリックスの形で次のように表わしておく。

$$\mathbf{u} = \mathbb{A}\,d' + \mathbf{a}\,\hat{d}_M \quad (5), \qquad \mathbf{u} = \{u,\ v,\ w\}^t \quad (6)$$

$$d' = \{\{u_i,\ u_{yi},\ v_i,\ v_{yi},\ w_i,\ \theta_i,\ u_j,\ u_{yj},\ v_j,\ v_{yj},\ w_j,\ \theta_j\}\}^t \ (7), \qquad \hat{d}_M = \{\{\hat{\omega}\}_n\}^t_M \ (8)$$

ひずみを面外変形の微分項の2次の項まで考慮して節点変位で表わしたものはマトリックスの形で次のように表現できる。

$$\varepsilon = [\,\mathbb{B},\ \mathbb{b}\,]\ d_M \quad (9), \qquad d_M = \{d',\ \hat{d}_M\}^t \quad (10)$$

仮想仕事の原理より

$$\delta U = \delta W \qquad (11)$$

$$\delta U = \int_v \delta\varepsilon^t \mathbb{D}\,\varepsilon\ dV = \sum_M \delta d_M \begin{bmatrix} \mathbb{K}_{11}^M & \mathbb{K}_{12}^M \\ \mathbb{K}_{21}^M & \mathbb{K}_{22}^M \end{bmatrix} d_M \qquad (12)$$

$$\delta W = \int_A (\delta u,\ \delta v,\ \delta w)(p_x,\ p_y,\ p_z)^t dA = \sum_M \delta d_M^t\, f_M \qquad (13)$$

$$f_M = \{f_M',\ \hat{f}_M\}^t \qquad (14)$$

適合条件，平衡条件を考慮して帯板要素について整理すると，

$$\begin{Bmatrix} \sum_M f_M' \\ \hat{f}_1 \\ \vdots \\ \hat{f}_L \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{c|ccc} \sum_M \mathbb{K}_{11}^M & \mathbb{K}_{12}^1 & \cdots & \mathbb{K}_{12}^L \\ \hline \mathbb{K}_{21}^1 & \mathbb{K}_{22}^1 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ \mathbb{K}_{21}^L & 0 & & \mathbb{K}_{22}^L \end{array}\right] \begin{Bmatrix} d' \\ \hat{d}_1 \\ \vdots \\ \hat{d}_L \end{Bmatrix} \qquad (15)$$

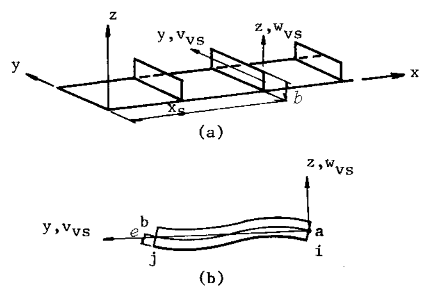

Fig. 3 Transvers Stiffner

ここで式(15)を次のように表わす

$$\begin{Bmatrix} \tilde{f} \\ \hat{f} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbb{K}}_{11} & \tilde{\mathbb{K}}_{12} \\ \tilde{\mathbb{K}}_{21} & \tilde{\mathbb{K}}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{d} \\ \hat{d} \end{Bmatrix} \qquad (16)$$

内部自由度の消去を行なうと

$$\hat{d} = \mathbb{K}_{22}^{-1}(\hat{f} - \tilde{\mathbb{K}}_{21}\tilde{d}) \qquad (17)$$

$$\tilde{f} - \tilde{\mathbb{K}}_{12}\tilde{\mathbb{K}}_{22}^{-1}\hat{f} = (\tilde{\mathbb{K}}_{11} - \tilde{\mathbb{K}}_{12}\tilde{\mathbb{K}}_{22}^{-1}\tilde{\mathbb{K}}_{21})\,\tilde{d} \qquad (18)$$

式(18)に座標変換を行って合成すると全体剛性行列が得られる。なお接線剛性行列は式(12)内の非線形項の係数を変えることにより得られる。

3．検 討

(1) 上記の式(16)において$\tilde{\mathbb{K}}_{11}$が従来の有限帯板法によって得られる剛性行列であり，$\tilde{\mathbb{K}}_{12}$, $\tilde{\mathbb{K}}_{21}$, $\tilde{\mathbb{K}}_{22}$が局部変形を考慮したために導かれた項である。解法の定式化は局部モードを含むために多少複雑になるが，内部自由度の消去を行なうことにより構造全体解析における未知量は増加しないので，本解析法によれば有限帯板法の簡便性を失うことなく，任意のパネルにおける局部変形を考慮することができる。なお，垂直補剛材はFig. 3のように取り付けられている。この剛性は$\tilde{\mathbb{K}}_{11}$の項に加えられるのみである[2,3)]。

(2) 式(3)において，節線にパネル自由度$\{\hat{w}_i,\ \hat{\theta}_i,\ \hat{w}_j,\ \hat{\theta}_j\}$を採ることにより従来の有限帯板法により近い変位関数を考えることができるが，パネル自由度は隣接要素との適合性を満足させるため内部自由度の消去はできず剛性行列は大きなものとなる。

1) Cheung,Y.K.:"Finite Strip Method in Structural Analysis", Pergamon Press,1970.
2) Maeda,Y.et al.,"Elasto-Plastic Analysis of Thin-Walled Structures by Finite Strip Method",Tech. Rep. of Osaka Univ.,Vol.26. 3) 吉田宏一郎，岡徳昭："帯板要素による平板構造の曲げ解析"，日本造船学会論文集第132号