

骨組相似法による深さの極限解析

大阪市立大学工学部 正員 ○園田恵一郎
大阪市立大学大学院 学生員 森川 武則

1. トレスカの降伏条件に対するトラス相似

平面応力状態での連続体微小要素の塑性強度をトラスのそれに置換えるものを、トレスカの降伏条件とトラスの塑性崩壊条件が相似になるような部材強度と部材の組み方を考える。極限解析法の Static Theorem を基に、たとえば図1のトラスに対しては、この問題は次の線形計画の問題となる。

$$\text{maximize } \lambda P_x + \mu P_y + \varepsilon P_{xy}$$

subjected to

$$A_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} A_2 = P_x - P_{xy}, \quad A_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} A_3 = P_y - P_{xy},$$

$$A_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} A_6 = P_x + P_{xy}, \quad A_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} A_5 = P_y + P_{xy}$$

$$A_4 = A_3, \quad A_2 = A_4, \quad |A_1 - A_2| + \frac{\beta}{\sqrt{2}} |A_4 - A_5| \leq 2N_0$$

$$|A_1| \leq N_{01}, |A_2| \leq N_{01}, |A_3| \leq N_{02}, |A_5| \leq N_{02}$$

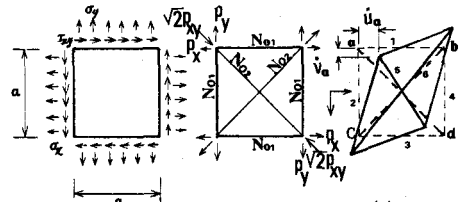


図1. トラス相似

ここで、 A_i ($i=1, 2, \dots, 6$) は部材力、 N_{01}, N_{02} は降伏強度(塑性軸力)、 $\lambda, \mu, \varepsilon$ は任意の定数である。 $N_{01} = N_0$, $N_{02} = \sqrt{2} N_0$, $N_0 = \sigma_0 a / 4$ (σ_0 は降伏応力)とあり、上記の問題の解(P_x, P_y, P_{xy})は、 $\beta = 0$ の場合、図2の鏡線、 $\beta = 1$ の場合、実線のようなものとなる。

次に極限解析法の Kinematic Theorem を基に、このトラスの崩壊機構を調べるために、逸散エネルギー関数($\dot{D}$)を求める。

$$\dot{D} = 2P_x \dot{\delta}_x + 2P_y \dot{\delta}_y + 4P_{xy} \dot{\delta}_{xy}$$

$$= N_{01} a (|\dot{\epsilon}_1| + |\dot{\epsilon}_2| + |\dot{\epsilon}_3| + |\dot{\epsilon}_4|) + \sqrt{2} N_{02} a (|\dot{\epsilon}_5| + |\dot{\epsilon}_6|)$$

$$\text{ここで、} \dot{\delta}_x = (\dot{u}_b + \dot{u}_d - \dot{u}_a - \dot{u}_c) / 2, \quad \dot{\delta}_y = (\dot{v}_a + \dot{v}_b - \dot{v}_c - \dot{v}_d) / 2,$$

$$\dot{\delta}_{xy} = (\dot{u}_a + \dot{u}_b - \dot{u}_c - \dot{u}_d + \dot{v}_a + \dot{v}_b - \dot{v}_c - \dot{v}_d) / 4$$

$$\dot{\epsilon}_1 = (\dot{u}_b - \dot{u}_a) / a, \quad \dot{\epsilon}_2 = (\dot{v}_a - \dot{v}_c) / a, \dots, \quad \dot{\epsilon}_5 = (\dot{v}_a - \dot{v}_b + \dot{u}_d - \dot{u}_a) / 2, \dots$$

$$A_i = \pm N_{01} \text{ なら、} \dot{\epsilon}_i \geq 0; \quad |A_i| < N_{01} \text{ なら、} \dot{\epsilon}_i = 0,$$

$$A_5 = \pm \sqrt{2} N_{02} \text{ なら、} \dot{\epsilon}_5 \geq 0; \quad |A_5| \leq \sqrt{2} N_{02} \text{ なら、} \dot{\epsilon}_5 = 0, \dots$$

$\dot{D} = \text{Const.}$ となる速度場($\dot{\delta}_x, \dot{\delta}_y, \dot{\delta}_{xy}$)を図3に示すが、図3のようなものとなる。

2. 2軸応力状態でのコンクリートの破壊条件に対するトラス・ラーメン相似

実験¹⁾で得られ主応力面での破壊条件を($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)空間での曲面に変換しものが図4の点線である。これに対する相似を図4のトラス・ラーメンで行なえば、図5の実線のようなものとなる。

3. 解析例

図2のトラス相似によって、はり断面の塑性崩壊に対する軸カーブモーメントの相関曲線を求めたものが図6である。またトラス相似による深さの解析結果を図7に示す。

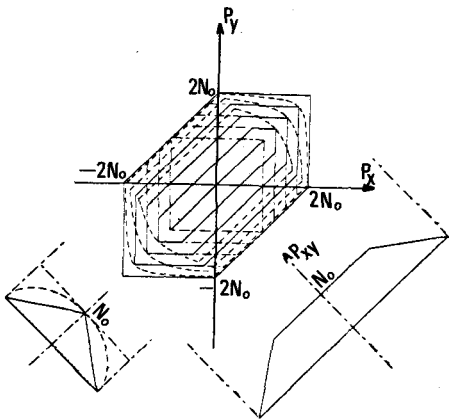


図2. トラス相似による塑性崩壊曲面
(点線はトレスカ)

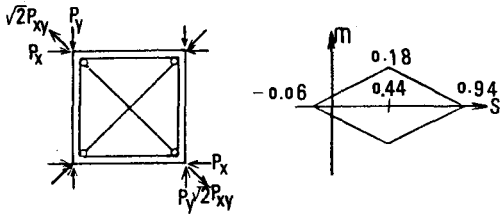


図4. トラス・ラーメン相似, 部材内の
軸力-曲げモーメント相関曲線

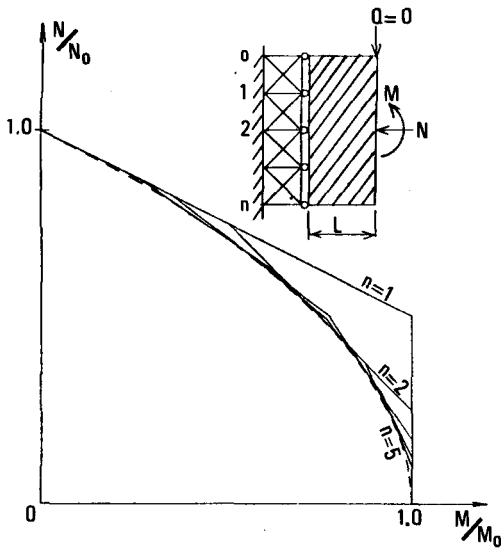


図6. 軸力-曲げモーメント相関曲線

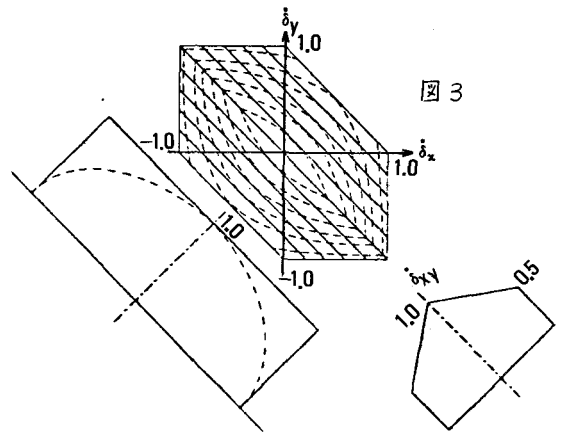


図3

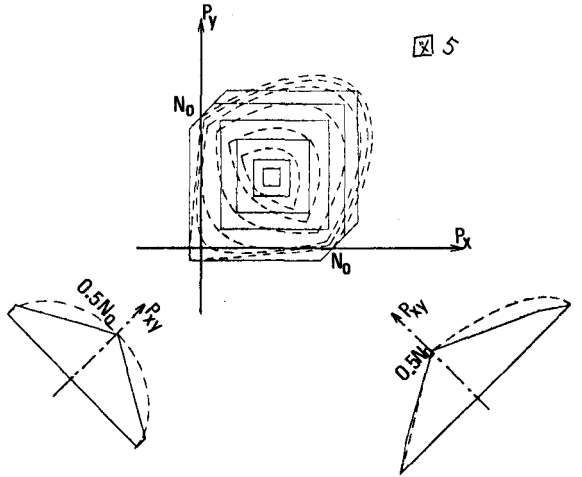


図5

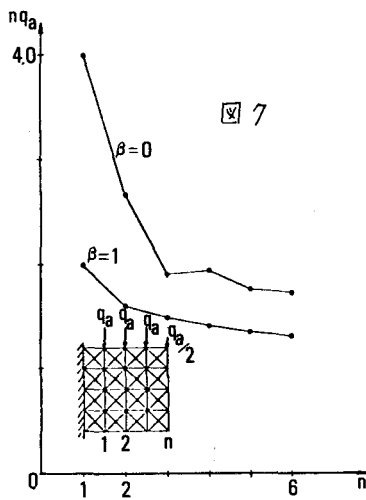


図7

図3. トラス相似にお
ける $D = \text{CONST.}$ 曲面
(点線はトレスカ)

図5. トラス・ラーメン相似
による塑性崩壊曲面

図7. 終局荷重の
収束状態

1) Proc. ASCE, ST-6, June, 1973, pp. 1091 ~ 1187