

弾塑性ならびにリブの補剛を考慮した薄肉円筒シエルの1数値解法

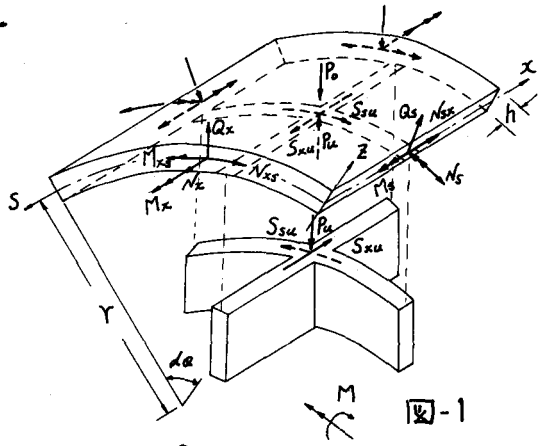
大阪工業大学 正員 岡村宏一

1. まえがき: 面圧を受ける部分円筒シエルは, 実際構造においてリブが補剛される場合が多い。したがってリブ間のパネルは変形を抑制された浅いシエルの形になる。さて筆者はすでに, リブ付き平板の弾塑性問題を扱うための1つの解法を発表し, 曲げや座屈の問題について多くの解析を行った。一方, 筆者は薄肉円筒シエルと平板の弾塑性解析に併用できる1つの解法を発表し, 若干の応用例を示した。これらはいずれも解析解の応用範囲の領域選定法によって拡張したものであるが, 本文ではこれらを総括する意味でリブ付きシエルの1つの弾塑性解法を提示する。

2. 基礎式: 図-1に, 互いに座標軸に沿って直交するリブと合成される厚さ t のシエルの微小要素と, 力の受け渡しの模様を示す。

ここで, x, s, z 方向の変位成分を u, v, w とし, 内点 (x, s, z) における全ひずみを次のように与える。[$\frac{\partial}{\partial x}(\cdot) = (\cdot)'$, $\frac{\partial}{\partial s}(\cdot) = (\cdot)''$]

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= u' - zw'' + \frac{1}{2}(w')^2 \\ \epsilon_s &= v' + \frac{w}{r+z} - \frac{rz}{r+z}w'' + \frac{1}{2}(w')^2 \\ \gamma_{xs} &= \frac{r}{r+z}u' + \frac{r+z}{r}v' - (z + \frac{rz}{r+z})w' + w'w \end{aligned} \right\} (1)$$



$$\left. \begin{aligned} \text{釣合い条件式は本文の場合;} \quad N'_x + N'_s = S_{sx}, \quad N'_s + N'_{zs} - \frac{Q_s}{r} = S_{su}, \\ Q'_x + Q'_s + \frac{N'_s}{r} = -P_o + P_u + N_x w'' + N_s w'' + (N_{xs} + N_{sx}) w', \\ M'_x + M'_s = Q_x, \quad M'_s + M'_{zs} = Q_s, \quad r(N_{sx} - N_{xs}) = M_{sx} \end{aligned} \right\} \text{-----} (2)$$

以下, 誘導の要点は次の通りである。1) 断面力とひずみ, 変形の関係は弾性線形問題における Flugge の表示と同様に有限変形, 弾塑性変形を考慮して与える。2) 釣合式(2)のすべてを満足させる。3) 塑性ひずみは flow rule によって与える。4) 適合条件式は中央面($z=0$)で要求する。式の形は Kármán 流のものである。5) 応力割数 ϕ を導入し, 基礎式(釣合式, 適合条件式)の左辺の形を平板理論によるものと同じにする。こうしてシエル理論との差異による物理量を右辺に移項する。

以上の諸点を考慮して次の2つの基礎式が得られる。

$$\Delta \Delta W = \frac{1}{K}(P_o - P_u) + \sum_{k=1}^6 U_k + R_s \text{-----} (3) \quad \Delta \Delta \phi = T_s + \sum_{k=1}^5 V_k \text{-----} (4)$$

ここで K ; 曲げ剛度 $= \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$, $U_1 = -\frac{1}{rK}\phi'$, $V_1 = \frac{Er}{r}w''$
 U_i, V_i は線形弾性の場合のシエルの近似解を与える物理量 z ; 弾性ひずみ分布に Donnell の近似仮定を用いたものに相当する。さらに $U_2 \sim U_6, V_2 \sim V_5$ の諸項は有限変形, なら

びに塑性変形の影響を考慮して解の精度を向上させるもの²⁾、その詳細は文献1に記載してある²⁾。この²⁾は記述を省略する。また T_s , R_s はリブの結合の影響を与える項で、後者は有限変形を生じた場合にのみ考慮される。

$$T_s = \frac{1}{h} \left\{ \nu (S'_{xu} + S'_{su}) - \left(\int S_{xu} dx \right)' - \left(\int S_{su} dy \right)' \right\}, \quad R_s = \left(\int S_{xu} dx \right) w'' + \left(\int S_{su} dy \right) w''$$

断面力は次のように書かれる。

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \phi'' + \int S_{xu} dx, \quad N_s = \phi'' + \int S_{su} dy + \frac{K}{r} \left\{ (w'' + \frac{w}{r^2}) + (2-\nu) w'' \right\} + \frac{4K}{r^2} \left\{ \mu (\chi_s + (2-\nu) \chi_x) \right\}_L \\ N_{sx} &= -\phi', \quad N_{xs} = -\phi' - \frac{K}{r} (1-\nu) w'' - \frac{2K}{r^2} (1-\nu) \sum (\mu \chi_{xs})_L, \quad M_x = K \left\{ w'' + \nu (w'' + \frac{w}{r^2}) - \frac{N_x}{rc} \right\} \\ &+ \frac{4K}{r} \sum \left\{ \mu (\chi_x + \nu \chi_s) \right\}_L, \quad M_s = K \left\{ w'' + \frac{w}{r^2} + \nu w'' \right\} + \frac{4K}{r} \sum \left\{ \mu (\chi_s - \nu \chi_x) \right\}_L, \quad M_{sx} = M_{xs} = K(1-\nu) w'' \\ &+ \frac{2K}{r} (1-\nu) \sum (\mu \chi_{xs})_L, \quad \chi_x = \frac{\partial f}{\partial m_x}, \quad \chi_s = \frac{\partial f}{\partial n_x}, \quad \chi_{xs} = \frac{\partial f}{\partial m_{xs}}, \quad m_{\theta\beta} = \frac{M_{\theta\beta}}{M_p}, \quad M_p = \frac{\sigma_p r^2}{4} \\ C &= \frac{Er}{1-\nu^2}, \quad f; \text{塑性ポテンシャル}, \quad \mu; \text{塑性ひずみの係数}, \quad L; \text{荷重段階} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

3. 解法; 式(3), (4)を解く場合、物理量 U_0, V_0, R_s, T_s などは図-2に見るように分割された有限領域 (i, j など) においては一定値 (等分布) とし扱ひ、各領域の中心点 (選点) の値を用いる。この²⁾、式(3), (4)に含まれる物理量を次のように展開する。

$$(w, \phi, p, U, V) = \sum_m \sum_n \psi_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y$$

$$S_{xu} = \sum_m \sum_n T_{mn} \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y, \quad S_{su} = \sum_m \sum_n T'_{mn} \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y$$

の形に展開すると、シエルの各点 (選点) の変位、断面力と変する各領域の $p_0, p_u, S_{xu}, S_{su}, U_0, V_0$ の単位量の影響係数は Navier の解によつて容易に与えられる。この²⁾まず

シエルの基本解 (近似解) として、基礎式'において前述の U, V を考慮すると、

$$\Delta \Delta w = \frac{p}{K} - \frac{1}{rK} \phi'', \quad \Delta \Delta \phi = T_s + \frac{Er}{rK} w'' \quad \text{----- (6)}$$

いま、法線方向の荷重 p のみを考えると上述の影響係数を用いて選点 i における解を得る。

$$w_i = \frac{1}{K} C_{it} p_t - \frac{1}{Kr} \sum_j C_{ij} (\phi'')_j, \quad \phi_j = \frac{Er}{r} \sum_l C_{jl} (w'')_l \quad \text{----- (7)}$$

$$\text{式(7)を微分して } \phi_j \text{ を消去すると } (w'')_i + \frac{Er}{Kr^2} \sum_j C_{ij}'' \sum_l C_{jl}'' (w'')_l = \frac{1}{K} C_{it}'' p_t \quad \text{----- (8)}$$

同様に接線方向の荷重 S のみを考えると式(6)の右辺は

$$- \frac{1}{Kr^2} \sum_j C_{ij}'' (\phi_j'' S_r)$$

式(8)は各有限領域の選点 i に1自由度の未知量 $(w'')_i$ を持つ連立方程式で $(w'')_i$ が求まれば、式(7)により ϕ が求まる。このようにして有限領域の部外荷重 p_t, S_r によつてすべての諸量が定まる。一方、式(3), (4)のその他の項 U_{2nb}, V_{2ns} がいずれも p_t と類似の性格を持つことに留意すれば、すでにリブ付き平板の問題で示したように上述の基本解を用いてこれらの繰返し計算によつて追跡し、同時にリブとシエルとを選点法によつて適合させ、両者の間で受け渡される不静定力 p_u, S_{xu}, S_{su} を逐次定めることにはなる。

1) 田村: 薄肉シエル、および平板の弾塑性解析に併用の1数値解法 (新設年度学術研究報告会, S. 49年)

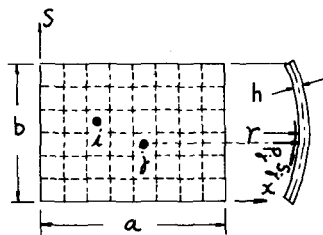


図-2