

## 角柱を素材とした3次元物体の応力解析

近畿大学理工学部

正員 谷平 勉

東洋技研コンサルタント

正員 宮崎 平和

近畿大学理工学部

正員 喜多 茂夫

1. まえがき 土木・建築構造物においては、異った、あるいは相等しい要素次元の構造要素がさまざまな形で結合されている。板と板、あるいは板と骨組などの合成構造に対しては、これまでに多くの研究が行なわれている。しかしながら、図1のような solid な構造要素同士、あるいは板・骨組と結合された構造形式も数多く見受ける。構造物が大形化してきた現在、このような合成構造を1次元、あるいは2次元問題として略近的に処理することは、安全性・経済性の正確な検討を困難とする。

ところで、著者等は単体としての3次元弾性体の応力解析に対する1つの数値解法を、既に提案してきた。<sup>1),2)</sup> その解法原理は、自由境界面に任意な荷重が載荷した場合の解を基本解とし、それらの弾性体を重ね合わせることによって、任意な形状・境界条件を持つ相貫体を作り出すことである。著者等は半無限体表面載荷の *Boussinesq, Cerruti* 解を用いて有限な物体を作り出すことを論じてきた。境界面の分割された1つの長方形面においては、力は一定な分布力と見なされるが、内部では *Boussinesq, Cerruti* 解の線形な重ね合わせの連続解で与えられ、解の精度は作り出された弾性体の境界条件の適合性に依存する。また、未知量の有利性と合わせて、応力集中等の局所的な物理現象の把握に有効であろうと考えられる。

本報告は、角柱を素材とした3次元物体にこの数値解法を適用し、その力学的特性を定量的に評価しようとするものである。

2. 解法 基本的な1例として、図2のような一般に異種材料の2つの3次元要素で構成される非対称構造物について、その解法を述べる。これは、図3に示すように接合面

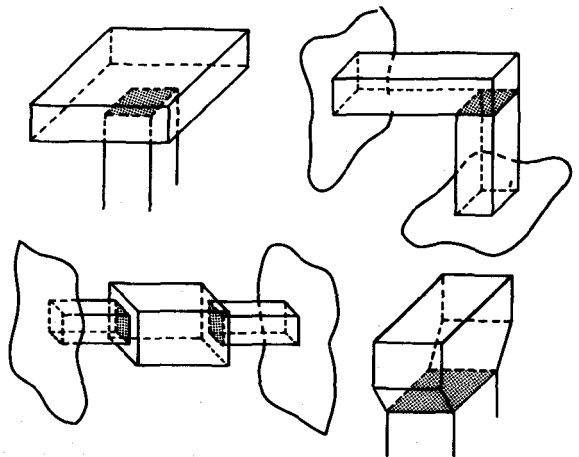


図 1

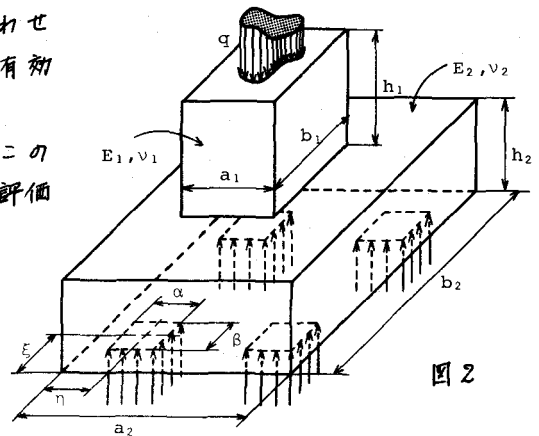


図 2

に不静定力が作用する2つの構造要素に分解し、それぞれを前述の解法で処理した後、合成することによって求められる。上部の構造要素はその頂面に荷重、底面に不静定力が作用する全面自由な角柱として取り扱える。角柱は頂面 $T$ を含む面を自由面とし、 $z$ 方向に実体のある半無限体 $T$ 、底面 $B$ を含み、 $-z$ 方向に実在する半無限体 $B$ 、同様に半無限体 $S_1, S_2, S_3, S_4$ の相貫体として得られる。いま、角柱の境界面を小領域の長方形面に分割する。その領域内では、力は一定な分布力とみなし、その中矢点で境界条件を満足させる。総和力・不静定力の正の方向を図4のように採る。これらの力による解は、単一荷重載荷の Boussinesq, Cerruti 解を面積分したものを用いる。

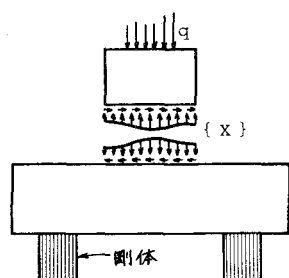


図 3

さて、この角柱を他の3次元要素と結合させるには、接合面の変位成分 $\{\delta\}$ と不静定力 $\{X\}$ を関係づける flexibility matrix  $[C]$  を求めなければならない。その個々の要素は、次のようにして求められる。まず、接合面の選点 $j$ に単位強さ $\{X_j\}=1$ の力を作用させる。その際、せん断方向の不静定力は、自己平衡するように複数の力を組み合わせて作用させる。

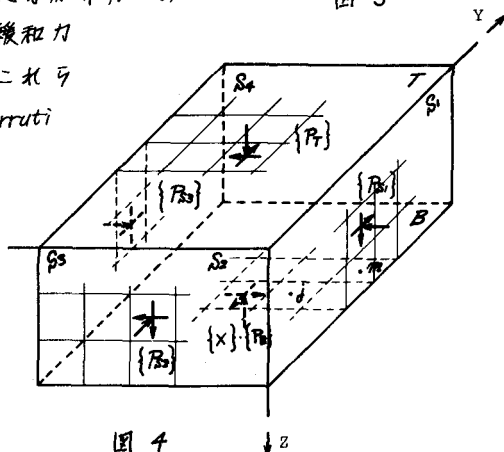


図 4

$\{X_j\}$ はこの点を考慮したものとす。次に、作り出そうとする全境界面において、自由境界に対する境界条件式を組み立てる。いま、側面 $S_1$ の選点 $m$ について考える。 $m$ 点の総和力を $\{R_m\}$ 、頂面総和力を $\{R_t\}$ 、その影響係数を $\{(\sigma_m)_T\}^T$ 等で表わせば次式となる。

$$\{R_t\}\{(\sigma_m)_T\}^T + \{R_B\}\{(\sigma_m)_B\}^T + \sum_{j=2}^4 \left[ \{R_{Sj}\}\{(\sigma_m)_{Sj}\}^T \right] + \{X_j\}\{(\sigma_m)_{Xj}\}^T + \boxed{(\sigma_m)_g} - \{R_m\} = 0 \quad (1)$$

なお、 $(\sigma_m)_g$ は鉛直方向の不静定力に対する荷重部の反力による解である。これを、全境界面に対して組み立てれば、1つの連立方程式ができる。結局、この操作を接合面全体にわたって行えば、接合面の変位成分 $\{\delta\}$ は次式のように表わせる。

$$\{\delta\} = [C]\{X\} + \{\delta_0\} \quad (2)$$

ここで、 $\{\delta_0\}$ は荷重による解である。下部の構造要素に対しても、前述の方法と同様にして flexibility matrix が求められる。変位成分を適合させれば、弾性方程式と同様な方程式ができる。これを解けば不静定力が求まり、この不静定力と規定の荷重を個々の要素に作用させることによって、内部の応力・変位を求めることができる。

目下、データについては検討中であり、講演時に述べる。

1) 谷平; 応力線取法による角柱の解析について, S52 関西支部, 2) 谷平重樹; 応力線取法による直方体の解析について, S52 年次講演