# 自動車排出ガス量最小化配分に関する一考察

大阪市立大学工学部　正　員　西村　昂
大阪市立大学大学院　学生員○中川美利

## Ⅰ.はじめに

自動車排ガス対策としては、従来主としてエンジン改良等の自動車構造面からのアプローチがなされている。ここでは、交通流改善という交通工学的対策の検討のために、自動車交通量と排ガス量の関係から、道路網での総排ガス量が最小となるような交通量配分を見い出すと共に、この配分と総走行時間最小化配分との関連についても考察した。

## Ⅱ.２種類の配分

1)速度と排ガス量及び速度と交通量の関係について

阪神高速道路公団での調査研究の結果[1]によると、自動車排ガス量（$CO, HC, NO_x$）を推定するには、走行状態を表わす指標のうち区間速度を利用するのが適当であることがわかる。自動車１台あたりの排ガス量は、次式のように区間速度の関数で表わされ、その係数は汚染物質で異なりそれぞれ表-1に示されている。

$$\varepsilon = \alpha v^{-1} + \beta \qquad (1)$$

$\varepsilon$：１台あたりの排ガス量（g/km）

$v$：区間平均速度（km/h）

表-1 排出量関数（$\varepsilon=\alpha v^{-1}+\beta$）の係数

| 係数＼物質 | CO | HC | $NO_x$ |
|---|---|---|---|
| $\alpha$ | 305 | 37.4 | 3.77 |
| $\beta$ | 2.02 | 0.821 | 2.32 |

ただし、$NO_x$についてはかなりばらつきがあり区間速度と明確な関係がなくほぼ一定であるといえる。次に速度と交通量の関係は、混雑度($x/c$)なる概念を用いて次式のような関数を考えてみる。

$$v = \frac{1}{a + b(\frac{x}{c})^n} \qquad (2)$$

$x$：交通(需要)量（台/h）　$c$：交通容量（台/h）　$a, b$：定数（>0）　$n = 1, 2, 4$

一般に、交通量の増加と共に速度は減少し交通混雑状態に陥いると、排ガス量も増大する。従って、混雑度１付近あるいはそれ以上の交通状態に対する速度の設定が重要となる。需要が容量を超過する場合、交通量ではその量的な特性を示すことがむずかしくなるので交通量の代りに需要台数を用いる。

2)総排ガス量最小化配分と総走行時間最小化配分について

道路網での総排ガス量を最小にする問題を考えてみよう。(1)式及び(2)式の関係から、排ガス量は、速度を媒介として交通量の関数で表現できる。すなわち、道路網での総排ガス量(E)最小化問題は、各区間について累計して次のように定式できる。

$$E = \sum_{ij} l_{ij} \cdot X_{ij} \cdot \varepsilon_{ij}$$
$$= \sum_{ij} l_{ij} \cdot X_{ij} \cdot \left[\alpha \cdot \{a + b(\frac{X_{ij}}{C_{ij}})^n\} + \beta\right] \longrightarrow min. \qquad (3)$$

ここに、$l_{ij}$：道路区間ijの距離（km）　$X_{ij}$：道路区間ijの交通量（台/h）

$c_{ij}$：道路区間ijの交通容量(台/h)　$\varepsilon_{ij}$：道路区間ijの１台あたり排ガス量（g/km）

次に、総走行時間最小化問題を考える。これは、速度＝距離/時間の関係を用いると、道路区間ijの走行時間$t_{ij}$は(2)式を使って次のようになる。

$$t_{ij} = \left[a + b(\frac{X_{ij}}{C_{ij}})^n\right] \cdot l_{ij}$$

従って、道路網での総走行時間(T)最小化問題は、次のように定式できる。

$$T=\sum_{ij} t_{ij}\cdot X_{ij}$$
$$=\sum_{ij} l_{ij}\cdot X_{ij}\cdot\left[a+b\left(\frac{X_{ij}}{C_{ij}}\right)^n\right]\longrightarrow min. \qquad (4)$$

(3)式と(4)式より、総排ガス量Eと総走行時間Tとの関係は次のように表わせる。

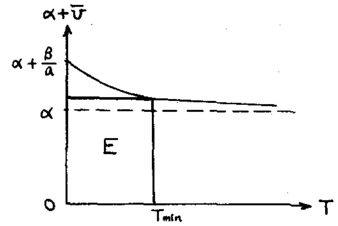
$$E=\alpha T+\beta\sum_{ij} l_{ij}\cdot X_{ij} \qquad (5)$$

また、この式は次のようにも表現できる。

$$E=T(\alpha+\beta\bar{v}) \qquad (6)$$

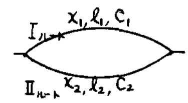
$\bar{v}$:全トリップの平均速度($\bar{v}=\sum_{ij} l_{ij}\cdot X_{ij}/T$)

(6)式を用いて、Tと$\bar{v}$及びEの関係を図－1に示す。



図－1 TとEの概略図

次に、簡単なネットワーク例として図－2のような2経路道路網を用いて、これについて総排ガス量最小化配分及び総走行時間最小化配分を考えてみよう。



($l_2=kl_1$, $k\geqq1$)

図－2 2経路道路網

今、OD交通量をXとすると、次の条件式が成立する。

$$X=x_1+x_2 \quad \text{(OD連続条件)} \qquad (7)$$

従って、条件付きの最小値を求める問題となるから、ラグランジュの未定乗数法により求めることができる。$n=1$の場合、総走行時間Tは次式のようになる。

$$T=l_1x_1\left\{a+b\left(\frac{x_1}{C_1}\right)\right\}+l_2x_2\left\{a+b\left(\frac{x_2}{C_2}\right)\right\} \qquad (8)$$

制約条件を満足する最小化配分$x_1^t$は、

$$x_1^t=\left\{\frac{kX}{C_2}+\frac{a}{2b}(k-1)\right\}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{k}{C_2}\right)^{-1} \qquad (9)$$

ただし、$l_2=kl_1$, $k\geqq1$　以下も同様

同様にして、総排ガス量最小化配分を求めてみよう。この場合、(5)式より、総排ガス量は、

$$E=\alpha\left[l_1x_1\left\{a+b\left(\frac{x_1}{C_1}\right)\right\}+l_2x_2\left\{a+b\left(\frac{x_2}{C_2}\right)\right\}\right]+\beta(l_1x_1+l_2x_2) \qquad (10)$$

また、排ガス量最小化配分$x_1^e$は、

$$x_1^e=\left\{\frac{kX}{C_2}+\frac{1}{2b}\left(a+\frac{\beta}{\alpha}\right)(k-1)\right\}\cdot\left(\frac{1}{C_1}+\frac{k}{C_2}\right)^{-1} \qquad (11)$$

従って、両者の違いは、$\frac{1}{2b}\frac{\beta}{\alpha}(k-1)\cdot\left(\frac{1}{C_1}+\frac{k}{C_2}\right)^{-1}$である。

同様に、$n=2$の場合について、総走行時間最小化配分と総排ガス量最小化配分を示すと、

総走行時間最小化配分　$x_1^t=\left\{-\frac{kX}{C_2^2}+\sqrt{\frac{kX^2}{C_1^2C_2^2}+\frac{a}{3b}(k-1)\left(\frac{1}{C_1^2}-\frac{k}{C_2^2}\right)}\right\}\cdot\left(\frac{1}{C_1^2}-\frac{k}{C_2^2}\right)^{-1}$ (12)

総排ガス量最小化配分　$x_1^e=\left\{-\frac{kX}{C_2^2}+\sqrt{\frac{kX^2}{C_1^2C_2^2}+\frac{1}{3b}\left(a+\frac{\beta}{\alpha}\right)(k-1)\left(\frac{1}{C_1^2}-\frac{k}{C_2^2}\right)}\right\}\cdot\left(\frac{1}{C_1^2}-\frac{k}{C_2^2}\right)^{-1}$ (13)

(ただし、$\frac{C_2}{C_1}\geqq\sqrt{k}$ )

なお、実用規模の道路網に対しては、分割配分法による計算が有用であろう。

## III.おわりに

簡単な道路網で配分計算例を示したが、総走行時間最小化配分と総排ガス量最小化配分は実用的には一致しているとみなせる。本稿では、排ガスレベルは交通量のみに依存するとしたが、走行モードを考慮する方法も考えられる。この点も含めて、排ガスと自動車交通流との関連をより明らかにする必要がある。なお、同様の方式で導き 3=0の場合、最小点が一致することした例[2]がある。


文献 1) 阪神高速道路公団　自動車の走行状態と排出ガスの関係について、　第12回道路会議論文集

2) 明神、川口、森田，環状道路の評価に関する一考察　　昭和51年度土木学会関西支部講演概要集