配水管網の多段階的整備問題に関するシステム分析

京都大学工学部　正　員　吉川和広
京都大学工学部　正　員　岡田憲夫
京都大学工学部　学生員 ○岩崎洋一郎

1 はじめに

配水管網を整備していく場合、それは対象とする地域の土地利用形態、および開発計画に合わせて行なわれると考えられる。またこれらのパターンとの即応を考慮しないで一度に大規模な施設を建設することはしばしば投資効率をきわめて悪くするであろう。

したがって配水管網の布設計画も何年かのプロジェクト期間に分けて行なわれるものと考えるのが実際的であろう。本研究ではこのような視点から配水管網の段階的な布設方式の選定問題を取り上げるが、その際各代替案の評価基準として、総布設費を取り上げるとともに、これを最小にする方式を求める問題を考える。なおこの場合の布設費とは、各期の布設費をプロジェクト開始年に換算した費用を意味する。

2 モデル化

本モデルでは簡単化のために動水勾配と地盤勾配が一致しているとの前提条件をもうけている。これにより均等水圧が保証される。またHagen-Williams公式から管路径と流量の間に次の関係式が成立する。すなわち

$$d_i = 1.6258\, C^{-0.38}\, I^{-0.205}\, g_i^{0.38} \qquad (1)$$

において C（流速係数），I（動水勾配）が一定となることより $b_i = 1.6258\, C^{-0.38}\, I^{-0.205}$ とおけば

$$d_i = b_i\, g_i^{0.38} \qquad (2)$$

となる。

これは流量と管径の間に一対一対応が存在することを示している。以下に述べる定式化では、この関係式を用いることにより、変数 d_i は流量 g_i に変換することができる。

i) 目的関数

全工期を通じての管路の布設費用を取り上げ計画初年度の価値に換算した費用の最小化を試みる。すなわち

$$Z = \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{K} g(r)\, \Phi(i,k)\, C(d_i) \to \min \qquad (3)$$

ここに

$$C(d_i) = (\alpha\, d_i^{\beta} + \gamma)\, l_i$$

$$g(r) = (1+r)^{-(k-1)}$$

$$\Phi(i,k) = \begin{cases} 1 & : g_i^k > 0 \text{ かつ } \sum_{l=1}^{k-1} g_i^l = 0 \\ 0 & : \text{その他の場合} \end{cases}$$

$C(d_i)$ は管路 i の布設費を示すものであり $\alpha\ \beta\ \gamma$ は定数，$d_i\ l_i$ は管径、管長を示すものである。また $g(r)$ は計画初年度への換算項であり、r は利子率，k は計画初年度を基準とした年度を示すものである。

次に $\Phi(i,k)$ は各管路がいかなる工期において布設されるかを決定する変数であり、管路 i に初めて水が流れる時、すなわち $g_i^k > 0$ となる時 1，その他の時はゼロをとる 0－1型段階関数である。ここに g_i^k は標準配水管網における管路 i の第 k 工期での流量（m^3/sec）を表わす。ところでこれを連続な関数で近似することにより、配水パターン g_i^k $(i=1\cdots N,\ k=1\cdots K)$ によって自動的に建設時期が決定されるようにする。すなわち

$$f(g) = \begin{cases} 1 & : g = 0 \\ 0 & : g > \varepsilon \quad (\varepsilon\text{は十分大きな正数}) \end{cases}$$

という 0－1型両端固定連続関数とすれば

$$\Phi(i,k) = f\left(\sum_{l=1}^{k-1} g_i^l\right) \left\{ 1 - f(g_i^k) \right\}$$

と近似することができる。

ここで $f(g)$ の具体的な関数形としては

$$f(g) = e^{-100(1-e^{-x})}$$

を用いることにする。このように修正することにより評価関数は、連続な非線形関数として定式化される。

ii)制約条件

①流量条件

第k工期において、各流出点の需要量(Q_s^k)はその流出点に接続している標準配水管網の管路の流量(g_i^k)によってまかなわれなくてはならない。すなわち

$$\sum_{i \in I_s^k} g_i^k = Q_s^k \quad \begin{cases} k=1,\cdots K \\ S=1\cdots M \end{cases} \tag{4}$$

I_s^k:標準配水管網において、第k工期で流出点Sに接続している管路の集合

Q_s^k:第k工期において流出点Sから流出している需要量(m^3/sec)

②本モデルでは、管路はいったん建設されたならば、それ以後の工期において併設されるようなことはないとしているので、一度建設された管路は、最終工期までにその管路を通過する流量のうち、最大流量を通せるものでなくてはならない。すなわち

$$d_i = \max_k \{ b_i \, g_i^{0.38} \} \tag{5}$$

しかしこのモデルでは変数として流量(g_i^k)を用いているので、(5)式の制約を流量に関する条件に変換する必要がある。すなわち

$$w_i = \max_k \{ g_i^k \} \tag{6}$$

とおくと

$$d_i = b_i \, w_i^{0.38} \tag{7}$$

(6)式はさらに次のように変換される。

$$w_i \geqq g_i^k \quad (i=1,\cdots N, k=1,\cdots K) \tag{6'}$$

(7)式を目的関数に代入することにより、変数d_iは消去され、目的関数の変数はg_i^k, w_i, $\Phi(i,k)$ $(i=1,\cdots,N, k=1\cdots K)$の非線形関数となる。

3)解法の説明

本モデルは(4),(6')式の制約条件のもとで、(3)式の非線形目的関数を解く問題となる。この目的関数では、連続微分可能性が必ずしも保証されないと推定されるので、このような条件を必要としないコンプレックス法を解法として採用した。

4)結果の考察

本モデルを日字型および田字型ネットワークに適用し、モデルの有効性を検証した。

①図－1のように、日字型配水管網における最適な布設方式は、ツリー形式のネットワークとなった。

②流出点の需要量の発生パターンは同じであるが、地盤勾配が異なる場合を考えて、先の計算と比較すると、①と同じようなツリー形式の解を得た。そして布設方式は①と同じ方式となった。

③田字型配水管網における最適な布設方式は図－2に示すように、完全なネットワーク形式とはならず、一部にツリー形式を含むものである。

その他詳細な考察については講演時に発表することにする。

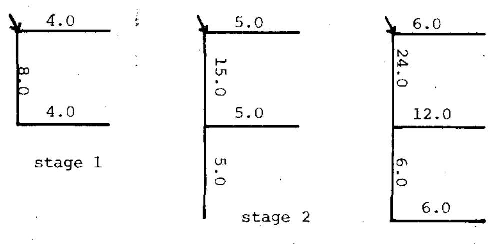

図 1

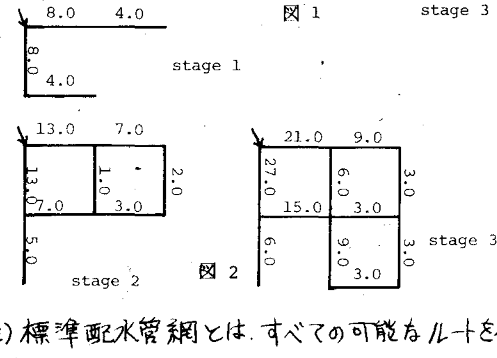

図 2

注)標準配水管網とは、すべての可能なルートを含むネットワークのことである。