MIN－MAX配分計画法について

京都大学工学部　正員　春名　攻

1. MIN-MAX配分計画法のねらい

土木施設の計画では計画の対象となる施設を利用する所の，人をはじめとする貨物，自動車，水などの物的要素の諸量を計画目的にそって規定するために数理計画法を用いる場合が多い。この場合多くの要素を総体としての単体の計画主体として想定し，主体にとって最も望ましいと考えられる一元的に総合化された評価尺度（たとえば総費用）を設定し，これを通して最適化がはかられる。一方，この結果，ある部分では大きな利益をうけるがある部分では犠牲が強いられることも起りうる。つまり，全体的な最適化のために部分的な犠牲が生じることになる。しかし，この想定される主体を構成するどの部分の要素も本来的には平等であり，できるかぎり不均衡が少なくなるような計画を目指すことも重要と考える。本稿では，このような観点から，主として配分問題を対象に

（主体の構成部分単位ごとの評価尺度）$\underset{(\leq)}{\geq}$（y：最低(高)水準）としてこの最低(高)水準 y の値を可能なかぎり最大(小)化するような配分法を計画モデルとするアプローチを示す。

2. 簡単な輸送問題への適用

(1)物資輸送問題 ── 一般の輸送問題は m の供給地と n の需要地間の輸送量 $x_{ij}^{(トン)}$ を供給地 i の供給量 $a_i^{(トン)}$ と需要地 j の需要量 $b_j^{(トン)}$ の間の関係 $\sum_{i=1}^{m} a_i=\sum_{j=1}^{n} b_j$ のもとで輸送費用 $z=\sum_{i,j} c_{ij}x_{ij}$ を最小にするような輸送量 $\{x_{ij}\}$ を求める問題である。ところが，この最適解では，（輸送費を需要地が負担すると仮定すると，）一部の需要地は特典をうけるかわりに一部の需要地はそのしわよせをうけることになる。本来平等であるべき需要地間で不平等な結果を生みだす。（計画主体が企業のような単体の場合は別である。）いま，n の需要地間での最大のトン当り輸送費用を y（円/トン）とすると，モデル：

$$\text{MINIMIZE } y \qquad \text{S.T.} \begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij}=a_i, \quad \sum_{i=1}^{m} x_{ij}=b_j \\ \dfrac{\sum_{i=1} c_{ij}x_{ij}}{b_j} \leq y, \quad x_{ij} \geq 0 \\ \left(\begin{matrix} i=1,2,\cdots,m \\ j=1,2,\cdots,n \end{matrix}\right) \end{cases}$$

によって最小値を与える y_{opt} と $\{x_{ij}\}$ を求めると可能なかぎりトン当り単価に不公平さの少ない計画案が求められる。上記モデルで y_{opt} が求められた後に $y_{opt}=C$ とおいて $z=\sum_{i,j} c_{ij}x_{ij}$ を目的関数として最小化をはかると，不均衡の少ない範囲での総輸送費最小化がはかれる。もちろんこの値は始めから総輸送費用最小化を目指す基本的な輸送問題の与える最適解よりは大きくなっているが不均衡は少なくなっている。本アプローチは輸送問題を適用しうるトラックターミナルの規模と配置計画の問題にも適用しうるが紙面の関係上ここでは省略することにする。

(2)広域利水における水輸送問題への若干の適用 ── またこのような輸送問題ではなく，水用問題における単水系主義と複水系主義という広域利水問題における相反する2要求を検討する情報を得るためにも利用できる。単水系主義を尊重する立場からは，総費用最小などの目的のために特定の水系からだけ他水系へ水を融通することは好ましくない。この点を考慮すると諸物理的制約条件の他に，

（水系 i より他水系 j への送水量の総和 $\sum_{j(\neq i)} x_{ij}$）$\leq$（送水量の上限 y）

という制約式を加え，この y を最小化することにより他水系への送水量は可能なかぎり少なくするような計画案が求められる。この範

囲内で総費用最小となる計画案の求め方は上記と同様である。またyをParametricに取扱うことも可能である。

3. 交通量配分モデルへの適用

(1)沿道の交通騒音を小さくするような交通量配分の計画案を求めるアプローチ —— 近年自動車の急増により道路事情が悪化し，幹線沿道の環境問題がクローズアップされてきている。このような観点からは沿道環境をあらわす指標を配分モデルの評価の尺度にとりあげ交通流の状態を評価し望ましい状態が生みだせるような交通量を各道路へ計画的に配分していくことが重要な意味を持つと考える。

さてこのような観点から，各道路区間における道路騒音をできる限り小さくするような交通量を配分するためのモデルをこの手法を用いて定式化してみる。またここでは簡単のために沿道の土地利用状況は一様と仮定しておく。いま，道路網におけるノードの集合をI，リンクの集合をLとすると，リンク$(i,j)\in L$の道路騒音N_{ij}はリンク(i,j)の交通量$x_{ij}^{\ell}(\ell\in P)$の関数として（PをODペアーの集合とすると）

$$N_{ij}(x_{ij}) = 10\log x_{ij} + a_{ij}\ ,\quad x_{ij}=\sum_{\ell\in P} x_{ij}^{\ell}$$

として求められる。従って各沿道の道路騒音を可能な限り小さくするような交通流配分を行なうためのモデルは

$$\text{Minimize}\ y \qquad \text{S.T.}\begin{cases}\sum_{(i,j)\in L} x_{ij}^{\ell} = \sum_{(j,k)\in L} x_{jk}^{\ell} \quad \sum_{(o^{\ell},j)\in L} x_{o^{\ell}j}^{\ell} = \sum_{(k,d^{\ell})\in L} x_{kd^{\ell}}^{\ell} = S_{\ell} \\ \sum_{\ell\in P} x_{ij}^{\ell} \leqq C_{ij}\ (\text{容量}) \qquad (i,j)\in L \\ 10\log\left(\sum_{\ell\in P} x_{ij}^{\ell}\right) + a_{ij} \leqq y \quad (i,j)\in L \\ x_{ij}^{\ell} \geqq 0 \quad (i,j)\in L,\ \ell\in P\end{cases}$$

のように書ける。この結果各道路区間の沿道では最高の道路騒音の水準yが小さくなりどの道路沿道もこの水準値以下となり，可能な限り騒音が小さくかつ公平な交通量配分案が求められる。

(2)等時間原則による交通量配分モデル —— 等時間原則による配分ではODペアーℓのルート$k\in K_{\ell}$（ℓに対するルートの集合）の交通量をx_k^{ℓ}とし，ルートkの走行時間関数を$f_k^{\ell}(x_k^{\ell})$とすると，ODペアーℓでの走行時間の最小値y_{ℓ}を増大させるような交通量の変化の結果均衡状態にいたるというのが等時間的原則である。つまり，

$f_k^{\ell}(x_k^{\ell}) \geqq y_{\ell},\ k\in K_{\ell},\ \ell\in P \quad \sum_{k\in K_{\ell}} x_k^{\ell} = S_{\ell}$（OD交通量）

においてy_{ℓ}を最大にするような$\{x_k^{\ell}\}$が配分交通量を与えることがわかる。ただし$x_k^{\ell}>0$となるルートkでは$f_k^{\ell}(x_k^{\ell})=y_{\ell}$でなければならない。したがって等時間原則による交通量配分モデルはつぎのようになる。

$$\text{Minimize}\quad Y=\sum_{\ell\in P} y_{\ell}$$

$$\text{S.T.}\begin{cases} f_k^{\ell}(x_k^{\ell}) - y_{\ell} - Z_k^{\ell} = 0 \qquad k\in K_{\ell},\ \ell\in P \\ \sum_{k\in K_{\ell}} x_k^{\ell} = S_{\ell} \qquad \ell\in P \\ Z_k^{\ell}\cdot x_k^{\ell} = 0\ ,\ x_k^{\ell},\ Z_k^{\ell} \geqq 0\ ,\quad k\in K_{\ell},\ \ell\in P \end{cases}$$

このモデルは少し異なった方法も解法として用いることができるが，ここではMin-Max手法との関連で述べている。このモデルを図-1に示すような道路ネットワークに対して適用した結果を図-2に示したが，解を簡単に求めることができることがわかった。

以上，Min-Max配分計画法の適用に関して簡単に述べてきたが講演時により具体的に示す。

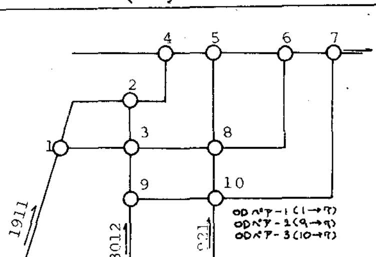

図-1　対象ネットワーク図

単位（台/日）

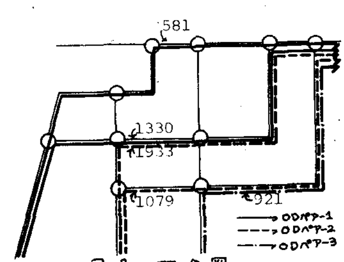

図-2　配分図
（等時間ルートと配分交通量）