都市施設への投資配分モデルに関する研究

京都大学工学部　正員　佐佐木　綱
京都大学工学部　正員　竹内　新一
京都大学工学部　学生員　○内藤　宣裕

(1) はじめに

今日のような減速経済の状況下では、限られた財源のなかで、どのような公共投資がなされるべきか、あるいはどのような投資が可能か、という問題は都市にとっては危急な課題になっている。本研究では、都市の歳入歳出構造のなかで都市施設への公共投資配分を決定するプログラミングモデルを考察した。モデルは、多目標空間における最適化手法である目標計画法(Goal Programming)の手法と考え方を用いている。

(2) 都市財政構造のモデル化

都市の歳入歳出構造は複雑であるが、簡略化すれば、次のような構造に集約される。

財政歳入；税収等(Y_j)，公共料金収入(Z_j)
　　公債発行(K_j)　($j=1,\cdots,n$)

財政歳出；義務的支出(J_j)，投資支出(I_{ij})
　　公債償還費(F_j)　($i=1,\cdots,m$)

jは年度を表わすサフィックスであり、iは投資項目を示すサフィックスである。iはまた、都市施設にも対応していると仮定しておく。毎年度、歳入歳出のバランスがとれている時は、次の式が成り立つ。

$$Y_j+Z_j+K_j=J_j+F_j+\sum_{i=1}^{m}I_{ij} \quad \text{------(1)}$$

一方、公債発行K_jは、制度的に、あるいは財政規模から考えて、全歳入に対する割合は一定比率以下に抑えられる。すなわち

$$K_j/(Y_j+Z_j+K_j)\leq\alpha \quad \text{--------(2)}$$

公債償還F_jは当該年度までの債務の額によって決定されるが、前年度末の累積債務をA_{j-1}、平均償還率をβとすれば、

$$F_j=\beta\cdot A_{j-1} \quad (j-1\text{は前年度を示す. 以下同じ}) \cdots(3)$$

と表わせる。この結果、当該年度末の累積債務は、形式的に、

$$A_j=A_{j-1}+K_j-F_j \quad \text{----(4)}$$

となる。計画初年度に対する累積債務をA_0とすれば、(3)と(4)よりF_jとK_jとの関係は(5)、

$$F_j=\beta K_{j-1}+\beta(1-\beta)K_{j-2}+\cdots+\beta(1-\beta)^{j-2}K_1+\beta(1-\beta)^{j-1}A_0$$

となる。(5)ではある年の公債発行が、将来いつまでも債務として影響を及ぼす形になっているが、現実の償還期限は有限であり、(5)は必ずしも現実的とは言えないが、本研究のとりあげる中期的な計画期間のモデルとしては十分であろう。公共料金収入Z_jは、上水道や下水道，公営交通のような都市施設からの収入を意味するが、これらは各々の施設量の関数となる。簡単に、単位あたり施設量から得られる収入をC_{ij}とすると

$$Z_j=\sum_{i\in p}C_{ij}\cdot X_{ij} \quad (p:\text{料金収入施設集合})\text{----(6)}$$

C_{ij}はいわゆる公共料金と言われるものであり、X_{ij}はi施設のj年度使用量を表わす。計画初年度のi施設量をX_{i0}とすれば、施設への公共投資と、使用との間に一年のタイムラグを仮定した場合は、

$$X_{ij}=X_{i0}+\sum_{j=1}^{j-1}I_{ij}/D_{ij} \quad \text{-----(7)}$$

D_{ij}は施設一単位建設に必要な建設費を表わす。施設によってはタイムラグのない場合もあり2～3年のタイムラグを考えた方が妥当な場合もある。(1)～(7)の体系をまとめると、財政の制度制約モデルとして次のような型を得る。

$$-K_j+\beta K_{j-1}+\beta(1-\beta)K_{j-2}+\cdots+\beta(1-\beta)^{j-2}K_1+\sum_{i=1}^{m}I_{ij}$$
$$-\sum_{i\in p}C_{ij}\Big(\sum_{j=1}^{j-1}I_{ij}/D_{ij}\Big)=M_j \quad (j=1,\cdots,n)\text{----(8)}$$

$$(1/\alpha-1)K_j-\sum_{i\in p}C_{ij}\Big(\sum_{j=1}^{j-1}I_{ij}/D_{ij}\Big)\leq N_j \quad \text{----(9)}$$

ただし　$M_j=Y_j+L_j-J_j-\beta(1-\beta)^{j-1}A_0$ ---(10)

$N_j = Y_j + L_j$ ----------(11)

$L_j = \sum_{i \in p} C_{ij} X_{i0}$ ----------(12)

(8)式は(1)式に、(9)式は(2)式に対応する。本研究では、Y_j, J_j, C_{ij}, X_{i0}, A_0, B, D_{ij}は外生的に与えるものとして仮定しており、$K_1 \sim K_n$, I_{ij}を変数として取扱う。(8)式の関係から、本質的には$K_1 \sim K_n$はI_{ij}で表現可能であり、互いに独立ではない。)これらの制約の他に、単年度に建設可能な施設量の技術制約として

$I_{ij}/D_{ij} \le S_{ij}$ $(i=1,\cdots,m,\ j=1,\cdots,n)$ ----(13)

という制約を設ける。更に、計画最終年度における公債債務をある値以下に抑えたい場合は、(3)式，(4)式の関係から

$(1-\beta)^n A_0 + (1-\beta)^{n-1} K_1 + \cdots + (1-\beta) K_{n-1} + K_n \le g_A^n$ ----(14)

ただし、g_A^nは債務のn年度上限値である。

(3) 目的関数の設定

(8),(9),(13),(14)で与えられるような制度制約のもとで、各々の施設量を計画期間内に、バランスよく、かつ、できるだけ多く建設したいという問題を考える。各施設の計画期間内の増量の最低要求水準，満足水準を、各々、g_i^0, g_i^sとすれば、目標計画法における目標ベクトルの方向は

$g_i^s - g_i^0 = \lambda_i$ $(i=1,\cdots,m)$ -----(15)

なるλ_iによって示すことができる。2施設の例を図-1に示す。目標ベクトルは$\overrightarrow{G_0G_s}$で示される。各施設の建設量g_iは

$g_i = \sum_{j=1}^{n} I_{ij}/D_{ij}$ -----(16)

となるが、$g_i \ge g_i^0$なる空間上で、次のような最小化問題を考える。

$\min\ y_i^s$ (iは1,…,mの任意のひとつ) -----(17)

s.t. $g_i + y_i^s - z_i^s = g_i^s$ -----(18)

$g_i \ge g_i^0$ $(i=1,\cdots,m)$ -----(19)

$y_1/\lambda_1 = \cdots = y_m/\lambda_m$ -----(20)

and (8), (9), (13), (14)

(18)式で、z_i^sは制約のないスラック変数、y_i^sは図-1に示すように$\overrightarrow{G_0G_s}$上の点とg_i^sとの差である。(20)式は、各y_i^sの間にL字型の効用関数の概念を導入することを意味する。すなわちこの最小化問題は、各施設の達成度を$\lambda_1 : \lambda_2 : \cdots : \lambda_m$の割合で増大させることを望むが、達成度が最小のものに、全体の満足度が規制され、その満足度をできるだけ大きくしたいという問題になっている。このモデルでは、施設量の増大のみを目的としているが、同時に建設費用を可能な限り抑えたいというトレードオフの関係も取り入れることが可能である。その一つの方法として計画最終年度における公債債務を(18)～(20)の形でモデル化すると

$(1-\beta)^n A_0 + (1-\beta)^{n-1} K_1 + \cdots + (1-\beta) K_{n-1} + K_n - y_A^s + z_A^s = g_A^s$ ---(21)

と定式化される。(19)式に対しては(14)式が対応することになり、(20)式には

$\lambda_A = g_A - g_A^s$ -----(22)

なるλ_Aを用いて、同様の定式化を得る。更にモデルの動学的拡張として、g_i^0, g_i^sを前年或いは前期までの投資実績に応じて変更していく方向が考えられる。各年毎に変更を図る場合は、

$g_{ij}^s = \{g_i^s - \sum_{j=1}^{j-1} I_{ij}/D_{ij}\}/(n-j+1)$ ----(23)

$g_{ij}^0 = g_i^0/n$

という形が考えられる。この場合、各年の制約条件は前記の形に変更が加えられる。

(4) 適応例

具体例として京都市の財政構造を考え、更に現実に近いモデル設計を行ない、計算を試みた。京都市の場合のモデル及び結果は講演時に発表する。

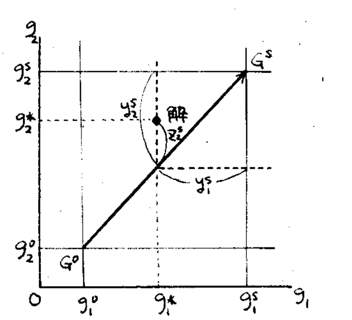

図-1 目標ベクトルとL字型効用関数