

道路振動の伝達特性に関する2, 3の検討

奥村組 正 窪北浩至 神戸大 正 北村泰寿

1 緒言 先に、道路振動等において問題となる路面の凹凸と地盤振動の関係を一樣な半無限弾性地盤に対して報告した<sup>(1)</sup>。これは、地盤モデルと2層弾性地盤に拡張するために、その挙動について調べたものである。

2 解法 図-1に示すごとく厚さHなる表層を有する地盤の自由面に、

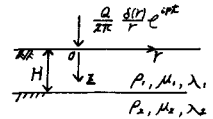
$$T_{z1}|_{z=0} = -\frac{Q}{2\pi} \frac{\partial \psi}{\partial z} e^{i\omega t} = -\frac{Q}{2\pi} \int_0^\infty J_0(kr) k dr e^{i\omega t} \quad (1)$$

なる荷重が作用したときを想定する。座標系は円柱座標系 $(r, \theta, z)$ を採用する。表層におけるr方向の変位を $(u_r)_1$ 、z方向の変位を $(u_z)_1$ とすると、 $(u_r)_1, (u_z)_1$ は自由面より下方に進行する波と、境界面での反射による波により構成されるポテンシャル $\varphi$ ならびに $\bar{\varphi}$ によりあらわされる。

$$(u_r)_1 = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial \bar{\varphi}}{\partial z}, \quad (u_z)_1 = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial \varphi}{\partial r})$$

$$\varphi = [A_1 e^{-i(\alpha_1 H)z} + A_2 e^{i(\alpha_1 H)z}] J_0(kr) e^{i\omega t}, \quad \alpha_1 = \sqrt{k^2 - k_{z1}^2}, \quad k_{z1} = P \sqrt{\frac{\lambda_1 + 2\mu_1}{\rho_1}}$$

$$\bar{\varphi} = [A_3 e^{-i(\alpha_2 H)z} + A_4 e^{i(\alpha_2 H)z}] J_0(kr) e^{i\omega t}, \quad \alpha_2 = \sqrt{k^2 - k_{z2}^2}, \quad k_{z2} = P \sqrt{\frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{\rho_2}}$$



下層におけるポテンシャル $\bar{\varphi}$ 、 $\varphi$ を次のように与える。

$$\bar{\varphi} = A_3 e^{-i\alpha_2 z} J_0(kr) e^{i\omega t}, \quad \varphi = A_4 e^{-i\alpha_2 z} J_0(kr) e^{i\omega t} \quad (\text{図-1})$$

ここで、 $J_0(kr)$ は0次のBessel関数を示し、 $\alpha_1, \alpha_2$ は正の実数か正の虚数値をとるものである。

次に、 $z=0$ ならびに $z=H$ における変位と応力に関する境界条件式を立てる。

$$z=0 \quad ; \quad (T_{r1})_1 = 0, \quad (T_{z1})_1 = -\frac{Q}{2\pi} J_0(kr) k e^{i\omega t}$$

$$z=H \quad ; \quad (u_r)_1 = (u_r)_2, \quad (u_z)_1 = (u_z)_2, \quad (T_{r1})_1 = (T_{r2})_2, \quad (T_{z1})_1 = (T_{z2})_2 \quad (2)$$

ここで、 $(T_{r1})_1$ は表層における量を示し、 $(T_{r2})_2$ は下層におけるものとあらわしている。

この条件式を展開することにより、 $A_1, \dots, A_6$ を未知数とする6元連立方程式が得られる。

以上により、 $z=0$ なる自由面における鉛直変位は次のように決定される。

$$(u_z)_1|_{z=0} = \int_0^\infty f_0(k) J_0(kr) dk e^{i\omega t} \quad (3)$$

$$f_0(k) = \frac{Q}{2\pi} \left[ \frac{4i k \alpha_1 S_1 + \{-\alpha_1(\beta^2 + k^2) + 2k^2 \alpha_1\} \{S_2 e^{H(\alpha_1 + \beta_1)} + S_3 e^{-H(\alpha_1 - \beta_1)}\}}{+ 2i k (\beta^2 + k^2) S_4 + \{\alpha_1(\beta^2 + k^2) + 2k^2 \alpha_1\} \{S_3 e^{H(\alpha_1 - \beta_1)} + S_4 e^{-H(\alpha_1 - \beta_1)}\}} \right] \cdot k$$

$$+ \left[ \frac{4i k \alpha_2 F_1 S_1 + \{-F_1(\beta^2 + k^2) + 4k^2 \alpha_2 \beta_2 \mu_1\} \{S_2 e^{H(\alpha_2 + \beta_1)} + S_3 e^{-H(\alpha_2 - \beta_1)}\}}{+ 4k \beta_2 F_1 S_4 + \{F_1(\beta^2 + k^2) + 4k^2 \alpha_2 \beta_2 \mu_1\} \{S_3 e^{H(\alpha_2 - \beta_1)} + S_4 e^{-H(\alpha_2 - \beta_1)}\}} \right] \cdot k$$

$$F_1 = \mu_1(\beta^2 + k^2)$$

ここで、 $S_1, \dots, S_6$ は4行4列の行列式であるが、その内容紙面の都合上省略する。

上式において $H \rightarrow \infty$ のとき、 $f_0(k)$ は $S_2$ に関する項で決定される。また、 $\lambda_1 = \lambda_2, \mu_1 = \mu_2, \beta_1 = \beta_2$ のときは、 $S_1, S_3, S_4, S_5, S_6$ はゼロとなるために、地表面鉛直変位は次のようになる。

$$(u_z)_1 = \int_0^\infty f_0(k) J_0(kr) dk e^{i\omega t} \quad (5)$$

$$f_0(k) = -\frac{Q}{2\pi \mu_1} \frac{k^2 \alpha_1}{\{(2k^2 - k_{z1}^2)r - 4k^2 \alpha_1 \beta_1\}} k \quad (6)$$

この式は、単一な半無限弾性地盤上の表面加振によるLamb<sup>(2)</sup>の解と一致するものである。

次に、表層に対して薄板の微小たわみ理論を適用した場合について考える。  
 このときの円型等分布荷重に対する板の応答は、横田<sup>(3)</sup>により与えられているが、 $Qe^{i\omega t}$ なる集中荷重が  $r=z=0$  に作用したときの自由面鉛直変位は次のように得られる。

$$(u_z)_{z=0} = \int_0^\infty f_c(k) J_0(kr) k dk e^{i\omega t}, \quad f_c(k) = \frac{Q}{2\pi} \frac{\alpha R_0^2}{\alpha R_0^2 k^3 D - RHP \alpha R_0^2 - \mu_2 \{ (\alpha R_0^2 - R_0^2)^2 - 4R_0^2 \alpha R_0^2 \}} k \quad (17)$$

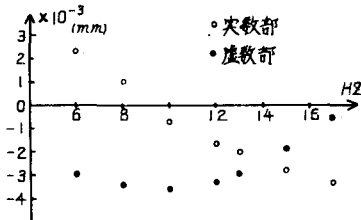
この場合の  $z=H$  における境界は、次式で示される状態である。すなわち

$$(u_z)_z = (u_z)_{z=H}, \quad (u_{\theta z})_z = 0, \quad (u_{\theta z})_z = -RHP e^{i\omega t}; \text{地盤反力} \quad (18)$$

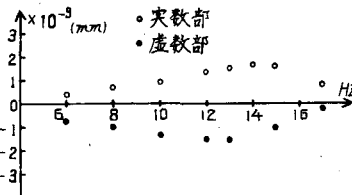
次に、直角座標系  $(x, z)$  を自由面に沿って  $x$  軸、鉛直下方に  $z$  軸となるように設定する。  
 $Q \delta(x) e^{i\omega t}$  なる垂直集中荷重が  $z=0$  に作用した場合、2次元問題としての自由面鉛直変位は、軸対称問題においてそれと決定する積分式(13),(15),(17)の  $(J_0(kr))$  を  $(\frac{1}{2} \cos kx)$  に置換することにより得られる。なお、 $z=H$  における境界条件は軸対称のそれと同様なものである。

3. 計算例ならびに結語 式(13),(15),(17)は、主値積分と1位の实数極に関する留数部の和で表わされる。<sup>(4)</sup> 今回は、表-1に示すような地盤定数に対して数値計算を行った。このような地盤に対しては、積分変数を4以上のところで、式(16)と(4)の近似式として採用できるものである。[図2],[図3]は  $r=5m$  での式(13)の主値部と留数部の様子を示したものである。

[図4]は、2層弾性地盤、単一な半無限弾性地盤、弾性地盤上の板の自由面鉛直変位の絶対値と周波数の関係と求めたものである。また、[図5]は2次元におけるそれらを表わしたものである。[図4]によれば、 $|(u_z)_{z=0}|$  は10, 12Hz付近で1つのピークが見出され、 $|(u_z)_{z=H}|$  と顕著な違いが認められる。一方、たわみと板厚の比が約  $10^{-5}$  のオーダーとなる板の挙動と、単一な弾性地盤との差異は、2次元[図5]も同様に、ほとんど認められなかった。この板において、薄板の微小たわみの条件 ( $\frac{\text{たわみ}}{\text{板厚}} \rightarrow \frac{\text{変位}}{\text{厚さ}} = 10^{-5}$ ) が満足されるには、荷重  $> 10^4$  なる条件を必要とするために、道路振動を対象とした場合は、多少無理が生じるとと思われる。



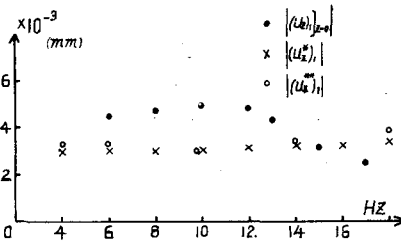
[図-2; 主値部]



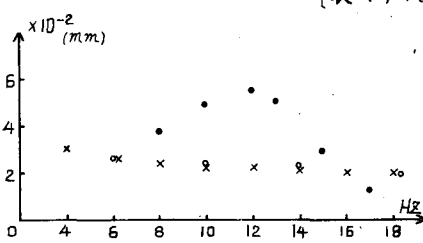
[図-3; 留数部]

|             | 式(3)               | 式(5)               | 式(7)                |
|-------------|--------------------|--------------------|---------------------|
| $\rho_1$    | 183.67             | 183.67             | 234.69              |
| $\mu_1$     | $735 \times 10^4$  | $735 \times 10^4$  | $0.858 \times 10^4$ |
| $\lambda_1$ | $1470 \times 10^4$ | $1470 \times 10^4$ | $0.428 \times 10^4$ |
| $H$         | 3.                 |                    | 0.2                 |
| $\rho_2$    | $1.25 \rho_1$      |                    | 183.67              |
| $\mu_2$     | $2.222 \mu_1$      |                    | $735 \times 10^4$   |
| $\lambda_2$ | $\lambda_1$        |                    | $1470 \times 10^4$  |
| $Q$         | 1000.              | 1000.              | 1000.               |

[表-1;  $m$ - $g$ - $S$  単位]



[図-4; 軸対称,  $r=5m$ ]



[図-5 2次元,  $X=10m$ ]

(注)  $\circ, \times$  はそれぞれ  $|(u_z)_{z=0}|, |(u_z)_{z=H}|$  に対応する

#### 参考文献

- (1) 北村, 宮北, 森; 第31回年講 (2) Lamb; *Phil. Trans. Roy. Soc. (London)*, A vol. 203, 1904  
 (3) 横田; 九大工学集報, 45巻, 2号, 5.47 (4) 地震工学; 彰國社  
 (5) M. Newlands; *Phil. Trans. Roy. Soc. (London)*, A vol. 245, 1952