レーレー波による表層地盤の振動解析

京都大学　防災研究所　　正会員　　土岐憲三
京都大学　防災研究所　　正会員　○三浦房紀

1．まえがき

強震加速度記録波形中にも明らかに表面波成分が認められることから、長大構造物や埋設施設の耐震性を考える場合、表層地盤内を表面波が伝播する際の地盤と構造物の挙動を動的相互作用という観点から調べることが必要となる。このような問題を取り扱うには有限要素法は有力な手段であり、著者らは地盤を有限要素でモデル化する際、半無限要素[1]を導入し，ラブ波が伝播する際の表層地盤の振動解析を試みた[2]。本研究では、半無限要素を導入した有限要素網を用いて、構造物基礎を含む表層地盤をレーレー波が伝播する際の表層地盤の挙動の解析を試みた。

2．有限要素による地盤のモデル化――レーレー波に対する半無限要素

地盤を有限要素網でモデル化する場合、地盤を表層と基盤とに大別し、表層に長方形要素を、基盤に半無限要素を用いる（図1）。半無限要素内の x 方向の変位 u と z 方向の変位 w とは変位関数〔D〕と、節点変位ベクトル｛δ｝を用いて次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} u \\ w \end{Bmatrix} = \frac{1}{l}\begin{bmatrix} (Ae^{-az}+Be^{-bz})(l-x) & 0 & (Ae^{-az}+Be^{-bz})x & 0 \\ 0 & (Ce^{-az}+De^{-bz})(l-x) & 0 & (Ce^{-az}+De^{-bz})x \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_n^l \\ w_n^l \\ u_n^r \\ w_n^r \end{Bmatrix} \equiv [D]\{\delta\} \quad \cdots\cdots (1)$$

また要素内のひずみは次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{1}{l}\begin{bmatrix} -(Ae^{-az}+Be^{-bz}) & 0 & (Ae^{-az}+Be^{-bz}) & 0 \\ 0 & -(aCe^{-az}+bDe^{-bz})(l-x) & 0 & -(aCe^{-az}+bDe^{-bz})x \\ -(aAe^{-az}+bBe^{-bz})(l-x) & -(Ce^{-az}+De^{-bz}) & -(aAe^{-az}+bBe^{-bz})x & (Ce^{-az}+De^{-bz}) \end{bmatrix}\{\delta\} \equiv [B]\{\delta\} \quad \cdots (2)$$

ここに、A，B，C，D は表層と基盤の境界上の変位の連続性から、次式で表わされる。

$$\left.\begin{aligned} A &= -k(k+b)/(ab-k^2), & B &= b(a+k)/(ab-k^2) \\ C &= a(k+b)/(ab-k^2), & D &= -k(a+k)/(ab-k^2) \\ a &= k(1-C_L^2/\alpha^2)^{\frac{1}{2}}, & b &= k(1-C_L^2/\beta^2)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}\right\} \cdots (3)$$

l；要素幅，　k；波数，　α；縦波速度，
β；横波速度，　C_L；レーレー波の速度

半無限要素の剛性マトリクス $[k]^e$ と質量マトリクス $[m]^e$ はそれぞれ次式で与えられる。

$$[k]^e = \int_0^l\int_0^\infty [B]^T[C][B]\,dz\,dx \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

$$[m]^e = \rho\int_0^l\int_0^\infty [D]^T[D]\,dz\,dx \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

ここに〔C〕；構成マトリクス，ρ；基盤の密度

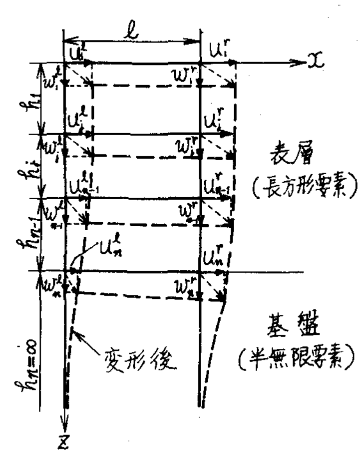

図1　有限要素モデル

3．固有値問題

波数kは波動の円振動数ωの関数であり、要素幅lを$l\to 0$とした状態での次式の固有方程式の解として求まる。

$$([R]k^2+[S]k+[T]-\omega^2[M])\{U\}=\{0\} \qquad \cdots\cdots\cdots (6)$$

ここに、$[R]$、$[S]$、$[T]$は地盤の弾性定数と要素高hとによって定まる$2n\times 2n$次元のマトリクス、$[M]$は質量と要素高とによって定まる$2n\times 2n$次元の線質量マトリクスである。これらは波数kの関数であるから、(6)式を解く際、くり返し計算の必要がある。

4．境界条件と運動方程式

本研究で用いる有限要素モデルは半無限要素を導入したことにより無限下方まで解析領域に入っているので、側方の境界条件だけについて考えればよい。側方の境界条件は、境界上の節点変位によって生じる応力を等価節点力として運動方程式の外力項に加えることによって満足される。この等価節点力のうち、表層のものについてはLysmerら[3]によって求められたものと同様であり、基盤については相反作用の定理から、水平方向には基盤内に生じる全垂直応力のr倍を、鉛直方向には全せん断応力のs倍を等価節点力として作用させればよいという結論を得た。r, sは次式で与えられる。

$$r=\frac{\dfrac{A^2}{2a}+\dfrac{2AB}{a+b}+\dfrac{B^2}{2b}}{\dfrac{A}{a}+\dfrac{B}{b}}\ ,\qquad s=\frac{\dfrac{C^2}{2a}+\dfrac{2CD}{a+b}+\dfrac{D^2}{2b}}{\dfrac{C}{a}+\dfrac{D}{b}}$$

運動方程式の誘導はラブ波の場合[2]と同様であるのでここでは省略する。

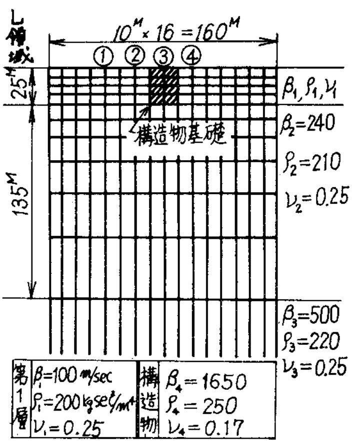

図2　解析モデル

5．数値解析例

ここでは、図2に示す構造物基礎を含む水平地盤の有限要素モデルを用いて解析を試みた。入射波としては、L領域からレーレー波の基本モードを入射させた。この基本モードは地表での振幅を1に正規化してある。横波速度β，密度ρ，ポアッソン比νは図2に記してある。図3は図2に記入してある地表の点での水平方向，鉛直方向それぞれの応答倍率である。解析結果に対する考察は紙面の都合で講演時にゆずる。

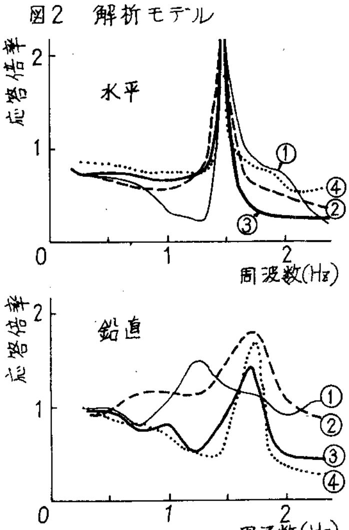

図3　応答倍率

○参考文献

1) 川原・竹脇・斉藤；有限要素法による動的解析の一方法，土木学会第29回年次学術講演概要集第1部 I-56．　2) 土岐・三浦；有限要素法を用いた弾性表面波による表層地盤の震動解析，土木学会第14回地震工学研究発表会講演概要集 PP.49～52．　3) Lysmer, J. and L.A. Drake; A finite element method for seismology. Ch.6, in「Methods in Computational Physics Ⅱ」, Seismology, 1972.