

支保工・覆工の施工時期に関する力学的研究

京都大学工学部 正員 丹羽義次
 正員 福井卓雄
 東京瓦斯 正員 ○秋山純一

はじめに 粘性地山中に開削されたトンネル内の構造物(支保工及び覆工)に作用する土圧が時と共に増加することはしばしば経験されているが、その要因として、地山のクリープ変形が支保工や覆工によって拘束されることがあげられる。このような、地山の粘性的性質によって覆工に生ずる土圧は解析的にあるいはFEMを用いて解かれているが、支保工の存在下に解析を進めたものは少ない。支保工の剛性は覆工のそれと比べて低いが、土圧に抵抗する構造物として無視できなく、またそのような報告もされている¹⁾。

本研究は、粘弾性地山中に開削されたトンネル内の覆工の施工時期と、周辺地山、アーチ形支保工及び覆工自身の応力状態との関連について、支保工の存在下にFEMを用いて数値解析を行なったものである。

解析手法 覆工及び地山は三角形要素の、アーチ支保工は円弧アーチ要素のそれぞれ集合体としてFEMを用いた。

§アーチ要素の剛性式 アーチ要素の変位関数を次のように仮定した。

$$\left. \begin{aligned} u_k &= A_1 + A_2 \sin \theta_k - A_3 \cos \theta_k + A_4 \Delta_k + A_5 \Delta_k^2 / (2R) \\ w_k &= A_2 \cos \theta_k + A_3 \sin \theta_k + A_5 \Delta_k + A_6 \end{aligned} \right\} \dots \textcircled{1}$$

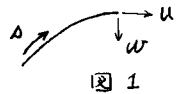


図1

また、 $\varphi_k = A_1/R + A_4/R \cdot \Delta_k + A_5 (\Delta_k^2 / (2R^2) + 1) (= \frac{dw}{d\theta} + \frac{u_k}{R})$

ここに u, w, φ, Δ, R はそれぞれ接線方向の変位、法線方向の変位、回転、弧長、半径を表わす。(図1参照) $A_1, A_2, \dots, A_6$ は未定係数である。端点 i, j を有するアーチ要素に対してその自由度は6次元のように表わされる。 $\{u\}^T = [T] \{A\}^T \dots \textcircled{2}$

ここに $\{u\}^T = \{u_i, w_i, \varphi_i, u_j, w_j, \varphi_j\}$, $\{A\}^T = \{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6\}$

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & \sin \theta_i & -\cos \theta_i & s_i & \theta_i/2 & 0 \\ 0 & \cos \theta_i & \sin \theta_i & 0 & s_i & 1 \\ 1/R & 0 & 0 & \theta_i & 1 + (\theta_i^2/2) & 0 \\ 1 & \sin \theta_j & -\cos \theta_j & s_j & \theta_j/2 & 0 \\ 0 & \cos \theta_j & \sin \theta_j & 0 & s_j & 1 \\ 1/R & 0 & 0 & \theta_j & 1 + (\theta_j^2/2) & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \text{ここに } \theta_i &= \Delta_i/R \\ \theta_j &= \Delta_j/R \end{aligned}$$

○ひずみ-変位関係 軸方向のひずみ $\varepsilon (= du/ds - w/R)$ 、曲率の変化 $\chi (= d\varphi/ds)$ は①式を用いて次のように表わせる。 $\{e\} = [B] \{A\}^T \dots \textcircled{3}$

ここに $\{e\}^T = \{\varepsilon, \chi\}$, $[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1/R \\ 0 & 0 & 0 & 1/R & 1/R & 0 \end{bmatrix}$

②式と③式より 次のひずみ-変位関係が得られる。 $\{e\} = [B][T]^{-1} \{u\} \dots \textcircled{4}$

・構成関係 $\{P\} = [D]\{e\} = [D][B][T]^T\{u\} \dots \dots \textcircled{5}$

ここに $\{P\}^T = \{N\theta \ M_x\}$, $[D] = \begin{bmatrix} EA_s & 0 \\ 0 & EI_x \end{bmatrix}$

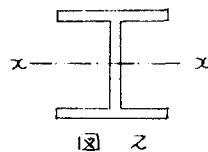


図 2

$N\theta, M_x, A_s, I_x, E$ はそれぞれ 要素の断面に作用する軸方向力, $x-x$ 軸に関する曲げモーメント, 要素の断面積, $x-x$ 軸に関する断面二次モーメント及び弾性定数を表す。(図2参照)

・剛性式 要素の剛性マトリックスは④式, ⑤式及び仮想仕事の原理を用いて次のように表わせる。 $\{F\} = [k]\{u\}$ ただし $[k] = [T]^T \int_A [B]^T [D] [B] da [T]$

§ 粘弾性地山及び剛性の変化する覆工への FEM の適用 従来, 粘弾性解析には増分法が広く用いられてきたが, 本研究では地山の粘弾性の性質の他に コンクリート覆工(弾性体と仮定)の剛性が時間と共に上がることも考慮に入れているので, 増分法を用いると誤差の蓄積を生じるとの考えから以下に述べる方法を用いた。 等方等質の線形粘弾性体の構成式は次のように表わせる。

$$\dot{\epsilon}(t) = \dot{\sigma}(t) + \int_0^t \dot{\sigma}(s) \dot{\sigma}(s) [\epsilon(t-s)] ds = \dot{\sigma}(t) - \epsilon^*(t)$$

ここに, $\epsilon^*(t) = \int_0^t \dot{\sigma}(s) [\epsilon(t-s)] ds$, $\dot{\sigma}(t)$, $\epsilon(t)$ は 応力ベクトル, ひずみテンソルを, $\dot{\sigma}(t)$ は 応力緩和関数 ($\dot{\sigma} = \dot{\sigma}(0)$), $*$ は時間 t に関する微分を表わす。 $\dot{\sigma}(t)$ が

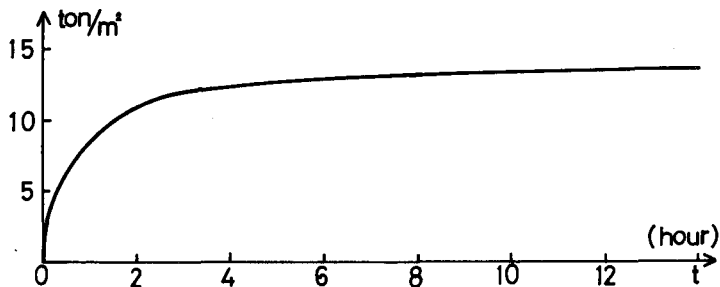
$\dot{\sigma}(t) = A r(t) = A (\alpha + \beta \exp(-\lambda t))$ の形で表わされる場合, Laplace 変換を用いることによって $\epsilon^*(t)$ は次の微分方程式より求まることがわかる。

$\dot{\epsilon}^*(t) = -\lambda \epsilon^*(t) + (\lambda \beta / (\alpha + \beta)) \epsilon(t)$ この微分方程式を次のように差分式に直し, 前段階で求まっている $\epsilon(t)$, $\epsilon(t)$ から $\epsilon^*(t+\Delta t)$ が求まる。

$\epsilon^*(t+\Delta t) = (1 - \lambda \Delta t) \epsilon^*(t) + \Delta t (\lambda \beta / (\alpha + \beta)) \epsilon(t)$ この $\epsilon^*(t+\Delta t)$ をいわゆる初期ひずみのように見なし FEM を用いればよい。弾性定数が時間的に変化する覆工に対しては $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}(t)$ として解析すればよい。この方法を用いれば増分をとる必要がなく計算が簡単化し, 十分な精度も得られるが, Δt が緩和時間より小さくないと $\epsilon^*(t)$ が振動する場合があることに注意する必要がある。

解析例

解析例として 地山をバネ・ダッシュ系三要素にモデル化して円形アーチ支保工(150×150 の H 形鋼を想定)を半径 2.5m の円形トンネル開削後 4 時間経過後に建込んだ場合の 支保工にかかる鉛直土圧の建込後の時間的变化を示す。



ただし, 地山の弾性定数を 6000 (kg/cm^2), 緩和弾性定数を 4875 (kg/cm^2), ダッシュボットの粘性係数を 14600 ($\text{kg} \cdot \text{hour/cm}^2$) とした。その他の解析結果は当日発表する。

1) 山本・高木「トンネルの支保工と覆工に関する研究」土木学会論文報告集(昭40.9)