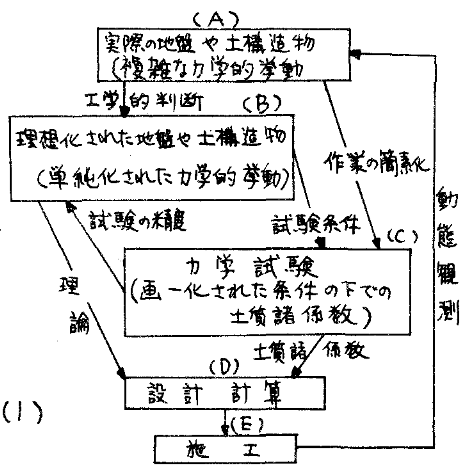
解析誤差の分布の施工中の観測による修正過程

京都大学 正員 浅岡顕
京都大学 学生員 ○沼野秀樹

1. はじめに

著者らは、信頼性理論に依拠して，盛土施工の観測的方法(Observation procedure)の最適化を調べてきている。この方法では、施工前の当初設計が土質調査結果だけに依存してなされるのにくらべ，少し施工してはその都度現場の変形観測等を行ない、この情報を利用して初期の設計を修正する点に特長がある。施工前の土質調査の結果は、その地盤の性質を厳密に一意的に教えるものではない。また、安定解析で用いられる円弧すべり計算等も、必らずしもそれ自身誤差がないというものでもない。施工中の観測はこれら2つの不確実性を少しでもカバーするためになされるものである。

観測的方法のための設計手法を概念的ではあるが、右図に示した。



(図-1)実際現象と設計および力学試験との関係
(松尾稔)

2. 破壊確率の定義

著者らは、とくに粘性土地盤上での盛土の急速載荷による破壊の確率を次式によって求めることを提案してきた。[1] すなわち「真の安全率，F」を用いて破壊確率 P_F は，

$$P_F = \mathrm{Prob.}(F \leq 1 \mid \underline{\theta}, a) = \int_0^1 p(F \mid \underline{\theta}, a)\, dF \quad (1)$$

ただし $F = \mu/a + \varepsilon + e$

$\varepsilon = N(0, (\sigma/a)^2/\delta)$

$e = N(\mu_e, \sigma_e^2)$ ，aは地盤の設計強度,(盛土の高さ等から逆算されるせん断応力)

である。確率変数εは地盤強度の確率モデルに依存して定まる。eは安定解析の誤差を表わすものである。εの分布のパラメータ(μ,σ)，eの分布のパラメータ(μ_e,σ_e)は，両者とも技術者にとって不確実であるが，(μ,σ)の不確実性を表わす確率分布は土質調査から定めることができる。また解析誤差eの分布のパラメータ(μ_e,σ_e)の不確実性を表わす分布は，たとえば，過去の破壊例などから定めることができる。4つのパラメータ$(\mu, \sigma, \mu_e, \sigma_e)$を$\underline{\theta}$で表わし，自然状態と呼ぶ。

3. $\underline{\theta}$の事前分布

施工のはじまる前では，$\underline{\theta}$の分布は以下のようにして求めることができる。

$$\xi(\underline{\theta}) = \xi(\mu,\sigma \mid x^n)\cdot\xi(\mu_e,\sigma_e \mid e^m)$$

ここに，x^nは土質調査によって得られた情報，e^mは過去の破壊例によって得られるeの測

定値を表わす。$\xi(\mu,\sigma|x^n)$も、$\xi(\mu_e,\sigma_e|e^m)$も、μ, μ_eについては正規分布、σ, σ_eについては(逆)ガンマ分布で与えるのが、もっとも一般的である。

4. 施工中の観測による$\xi(\underline{\theta})$の修正

$\xi(\underline{\theta})$の修正方法をここでは、つぎの2つの種類に大別して説明する。

1. 施工中に真の安全率Fが観測できるとき

このときは、式(1)右辺のFの密度関数$p(F|\underline{\theta},a)$を用いて、Fの観測値を小文字fで書き、$\xi(\underline{\theta})$の修正は次式でなされる。

$$\xi(\underline{\theta}|f,a)=\frac{\xi(\underline{\theta})\cdot p(f|\underline{\theta},a)}{\int_{\Theta}\xi(\underline{\theta})\cdot p(f|\underline{\theta},a)\,d\underline{\theta}} \qquad (2)$$

Fの値を厳密に知るのが空想的であることから、この観測にΔfの誤差が入るとすると、

$$\xi(\underline{\theta}|f<F<f+\Delta f,a)=\frac{\xi(\underline{\theta})\cdot[\int_f^{f+\Delta f}p(f|\underline{\theta},a)]}{\int_{\Theta}\ \text{numerator}\ d\underline{\theta}} \qquad (3)$$

(意味のないことだが)式(3)で$f=0$, $\Delta f=1$とすれば、式(3)はaに対応する施工までのどこかで破壊したことを知ったうえでの修正をも表わすことになる。同様に$f=1$, $\Delta f=\infty$とすれば、aに対応する施工までは少なくとも破壊しなかったということを知ったうえでの修正となる。

2. aまでは破壊せず、aではじめて$F=1$らしいことを知ったときの修正

実際問題としては、施工中の種々の観測によってまだこわれていない盛土のFの値を厳密に知るというのは無理なことである。これらの観測は破壊の直前($F\fallingdotseq 1$)で有効であると考えられ、ただどの高さまで盛土をつくれば$F\fallingdotseq 1$になるのかがわからない、すなわち、そのようなときのaの値が確率変数であると見なすこともできる。式(1)をaで偏微分して得られる、

$$cp(a|F\fallingdotseq 1,\underline{\theta})=\frac{\partial P_F}{\partial a} \qquad (4)$$

が、設計強度aに対応する施工まではこわれず、aではじめて$F\fallingdotseq 1$になった、というようなa(確率変数)の確率密度関数を与えているということを証明することができる。したがって式(4)を用いれば、そのようなaを観測することによって$\xi(\underline{\theta})$の修正は、

$$\xi(\underline{\theta}|a,f=1)=\frac{\xi(\underline{\theta})\cdot cp(a|\underline{\theta})}{\int_{\Theta}\ \text{numerator}\,d\underline{\theta}} \qquad (5)$$

式(2)と式(5)の相違は、式(2)が情報(f,a)だけであるのにくらべて、式(5)が($f>1$ when $a'<a$, and $f=1$, $a'=a$)を情報としていることに起因する。

上記のような観測に誤差Δaがともなうときの$\xi(\underline{\theta})$の修正は次式でなされる。

$$\xi(\underline{\theta}|a\sim\Delta a,f=1)=\frac{\{P_F(\underline{\theta},a+\Delta a)-P_F(\underline{\theta},a)\}\cdot\xi(\underline{\theta})}{\int_{\Theta}\ \text{numerator}\ d\underline{\theta}} \qquad (6)$$

5. おわりに

通常の構造系の信頼性設計が、完成された時点での構造物を対象とする信頼性解析に基礎をおくのにくらべて、ここで示した方法は、施工途上を、いわば試験工事とみなし、動的に設計変更をくり返すことを前提としている点で、土構造物設計の特殊性を反映している。

(参考文献) M.Matsuo & A.Asaoka "Statistical Study on a Conventional "Safety Factor Method"" S&F 1976