沈下と破壊を考慮した最適施工法

京都大学工学部　正員　黒田勝彦
〃　〃　浅岡顕
京都大学大学院　学生員　○中村誠

1．はじめに

橋梁の取付けを前提とした盛土工事では，盛土を含む基礎地盤の安定性と同時に，工期終了時での残留沈下量が重要な問題である。すなわち，沈下は出来る限り早く進行させるためには載荷重を大きくしたいが，一方では載荷重を大きくすると危険性が増大する。このような沈下と破壊を同時に考慮にいれた載荷には，適当な方法があるだろうか。本研究は，この観点から，設計式に含まれる各種の不確実性をも考慮に入れ，適応制御理論を用いて定式化を試みたものである．

2．安定計算と不確実性

過去の多くの研究で示したように[1]，急速載荷による地盤の安定を円弧すべり面を仮定した$\phi_u=0$法で検討するとき，大きく分けて2種類の誤差が混入する。第1は，$\phi_u=0$法が持っている力学的仮定に基づく誤差eであり，第2は，地盤内での非排水強度c_uの変動による影響εである。いま，地盤の真の破壊を示す尺度としてFを定義すると

$$F = G + e + \varepsilon \tag{1}$$

で表わすことができる[2]。eおよびεはランダム変数である。Gは慣用の方法で計算される安全率である．すなわち，Hは盛土高，aは定数，θ_cはc_uの平均値とすると

$$G = \theta_c / aH \tag{2}$$

で与えられる。我々は，土質調査や過去の経験からθ_cの尤もらしさとして

$$\xi(\theta) = 1/\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_{\theta c} \ \exp\left[-\tfrac{1}{2}(\theta_c-\mu_c)^2/\sigma_{\theta c}^2\right] \tag{3}$$

なる先験確率を持っているとしよう。一方，eとεをコンボリューションした結果，Fの分布として，$f(F|\theta_c,H)$が得られる。このとき，Hなる盛土を実施した時にすべり破壊を生じる確率を$P_F(H,\theta_c)$とすると，P_Fは次式で与えられる

$$P_F(H,\theta_c) = \int_{-\infty}^{1.0} f(F|\theta_c,H)\,dF \tag{4}$$

ところで，θ_cの確からしさとして，$\xi(\theta_c)$を考えているので，設計者にとってはP_Fの予測値$\hat{P_F}(H)$として次式が見込まれていることになる．

$$\hat{P_F}(H) = \int_{-\infty}^{\infty} P_F(H,\theta_c)\,\xi(\theta_c)\,d\theta_c \tag{5}$$

3．沈下計算と不確実性

簡単な例として，一次元圧密沈下を考える。この場合，$e\sim\log p$を仮定すると，載荷重Hのとき，圧密時間tの圧密度を$U(t)$とすると，沈下量$\rho(t)$は次式で与えられる

$$\rho(t) = \int_0^{H_{cl}} m_c\cdot\log(P_0+\Delta P)/P_0\cdot dz\ U(t) \tag{6}$$

ただし，$m_c = C_c/1+e_0$，P_0は初期先行圧密荷重，ΔPは載荷重Hによる地盤内増分応力，H_{cl}は粘土層圧。松尾，浅岡[3]によればP_0，ΔPは地盤内で位置的に変動するが，深さzについては，総体定数であることが示されているので，沈下量ρがばらつくのは，もっぱら，m_cの地

盤内での変動に起因すると考えてよい。このmcの確率過程モデルとして

$$m_c = \theta_{mc} + \sigma_{mc}\, u(z) \tag{7}$$

を考えると、E·H·Vanmarcke[4]によれば、u(z)の自己相関関数として

$$\gamma_{mc}(\tau_z) = \exp[-A|\tau_z|], \qquad A = 3.3/m \tag{8}$$

が与えられている。ただし、τ_zは任意の鉛直方向の2点間の距離である。一方、u(z)は正規ランダム変数であることが知られているので、$\rho(t)$も分布、$g(\rho|t,H,\theta_{mc})$に従う。これは、載荷重H、圧密時間t、およびmcの未知母数θ_{mc}が与えられたときに確定する。以上の計算から、沈下量の任意荷重、任意時間経過後の分布を知ることができる。さらに、θ_{cu}と同様、我々は土質試験や過去の経験からθ_{mc}の尤もらしさとして$\xi(\theta_{mc})$なる確率を考えている。したがって、予測される沈下量$\hat\rho(H,t)$の分布は

$$g(\hat\rho|t,H) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\rho|H,t,\theta_{mc})\,\xi(\theta_{mc})\,d\theta_{mc} \tag{9}$$

で与えられる

4. 観測による$\tilde P_F$と$\hat\rho$の修正

いま急速にHを載荷して行ったところ、$H=\hat H_1$では破壊せず、$H=\hat H_1+\Delta\hat H$で破壊の兆候が観測できたとする。これらの観測法は、松尾、川村[5]によって与えられているので詳細は省く。さて破壊の兆候を観測したとすれば、θ_{cu}の確からしさ$\xi(\theta_{cu})$はBayesの定理により次式のように修正される。

$$\xi(\theta_c') = \xi(\theta_c|\hat H_1 \sim \hat H_1+\Delta\hat H) = \{P_F(\hat H_1+\Delta\hat H,\theta_c) - P_F(\hat H_1,\theta_c)\}\,\xi(\theta_c) \Big/ \{\tilde P_F(\hat H_1+\Delta\hat H) - \tilde P_F(\hat H_1)\} \tag{10}$$

これを(5)式の$\xi(\theta_c)$の代わりに用いれば、予測値$\tilde P_F(H)$が修正され、以後の破壊の予測はより正確となる。同様に、P_Fの荷重でt_1時間圧密した時に、沈下量$\hat\rho_1$を観測したとき、$\xi(\theta_{mc})$は次式のように修正される。

$$\xi(\theta_{mc}|\hat\rho_1,H_1,t_1) = g(\hat\rho_1|\theta_{mc},H_1,t_1)\,\xi(\theta_{mc}) \Big/ \int_{-\infty}^{\infty} g(\rho_1|\theta_{mc},H_1,t_1)\,\xi(\theta_{mc})\,d\theta_{mc} \tag{11}$$

したがって、t_1圧密後の沈下はより正確になる。

5. 3段階載荷工法としての定式化

紙数の都合上、詳細な部分は講演時に譲るが、次式で与えられる総リスクを最小にするt_1, t_2を求めればよい。

$$\gamma(t_1,t_2) = \sum_{H_1=c}^{H} \tilde P_F(\hat H_1\sim\hat H_1+\Delta\hat H)\Big[cT_1 + \sum_{H_2=H_1}^{H} \tilde P_F(\hat H_2\sim\hat H_2+\Delta\hat H)\Big\{ct_2 + CS(1-\tilde P_F(H))\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\int_{\delta^*}^{\infty} g(\delta|H,T,\theta_{mc})\,\xi(\theta_{mc})\,d\theta_m + CF\int_{-\infty}^{\infty} P_F(H,\theta_c)\,\xi(\theta_c)\,d\theta_c\Big\}\Big] \tag{12}$$

ここにCは一日放置するために考えられる期待損失、CFは破壊したときの損失、CSは残留沈下量がδ^*以上になったときに必要な損失である。

参考文献

1), 2) Minoru Matsuo, Katsuhiko Kuroda, Akira Asaoka "Proc. of 2nd Int. Conf. on Appl. of Statics and Probability to Soil and Structural Engineering, Aachen
3) 松尾稔, 浅岡顕　沈下予測に関する統計的考察　土木学会論文報告集 NO.225, 1974, PP63~74
4) Jorge Diaz Padilla, Erik H. Vanmarcke "Settlement Of Structures on Shallow Foundations, A Probabilistic Analisis"
5) 松尾稔, 川村国夫　盛土の情報化施工とその評価に関する研究　土木学会論文報告集 NO.241, 1975, PP81~91