

流域の地形形態とその応用に関する研究

京都大学工学部 正員 岩佐 義郎
 建設省 正員 棚橋 通雄
 京都大学大学院 学生員 O吉田 八左右

(1)はじめに：従来よりの流域の地形則は，Strahlerの位数あるいはShreveのマグニチュードにしても，その階層的構造(hierarchy)に伴う流域区分による表示が主であった。これら，階層的区分による地形量の伸長に関しては，ほぼWoldenbergの対比成長モデルに要約できる。¹⁾そして，これら地形則は，それぞれの階層における平均量の伸長に関するものであり，その分布を考慮していない欠点を有する。節点高さ，パス河道長などの分布を知ることには，たとえば流域の地形形態と出水機構との関連において重要である。外部パス長，トポロジ-的本川長などに関してはShreve²⁾の研究例がある。

本報では，河道リンク合流則³⁾より節点高さ，トポロジ-的本川長の分布が求められることを示すとともに，これら分布を基本としてパスに伴う三次元地形量の分布を求める。

(2)節点高さの分布：トポロジ-的ランダム性の仮定，仮定(1)を適用すれば河道リンク合流則は，

$$P_{ji} = (2 - \delta_{ij}) z_i z_j / z_i, \quad (z_n = 2n-2 C_{n-1} / n) \quad \dots (1)$$

で示される。³⁾ここに P_{ji} はマグニチュード j のリンクとマグニチュード $i-j$ のリンクが合流してマグニチュード i となる確率を表わす。今，ソース数 n の河道網において節点高さ n のリンク数の期待値 $n f_n^{(u)}$ ($1 \leq n \leq n$)，ソース高さ n の外部リンク数の期待値 $n f_n^{(e)}$ ($2 \leq n \leq n$)とすれば次の繰返し関係を得る。($i \geq 4$ とする)

$$i f_n^{(u)} = \begin{cases} 1 & (n=1) \\ \sum_{j=1}^{i-1} P_{ji} \cdot j f_{n-1}^{(u)} & (2 \leq n \leq n) \end{cases} \quad \dots (2) \quad i f_n^{(e)} = \begin{cases} 0 \\ \sum_{j=1}^{i-1} P_{ji} \cdot i f_{n-1}^{(e)} \end{cases} \quad \dots (3)$$

ただし， $j f_{n-1}^{(u)}$ および $j f_{n-1}^{(e)}$ は $j < n-1$ のときは0とする。また， $2j=i$ のときは河道網が対称となるため，(2)・(3)式の P_{ji} は(1)式から δ_{ij} の項を省いたものである。ソース数 n が1，2および3の河道網に対しては，節点高さおよびソース高さの分布は1通りしかなく，これを初期値として(2)・(3)式で順次計算すれば，一般的な節点高さおよびソース高さの分布を求めることができる。また，ソース数 n の河道網においてトポロジ-的本川長が n である確率を $n g_n$ とすれば，(1)式の P_{ji} を用いて次のくり返し関係を得る。($i \geq 4$ とする)

$$i g_i = 0, \quad i g_n = \sum_{j=1}^{i-1} P_{ji} \cdot i g_{n-1} \quad \dots (4)$$

この場合も同様に，ソース数 $n=1, 2$ および3の河道網のトポロジ-的本川長の確率分布を初期条件として $i=n$ まで計算して求められる。(4)式からトポロジ-的本川長(最大ソース高さ)の期待値を求めることができるが，別の方法¹⁾で求められている最大ソース高さの期待値 $\bar{n}_n$ はトポロジ-的特性である分岐比 R_b の影響を考慮しており，後者の方がより実際のであると思われる。

図1にソース数 $n=100$ および200の場合の節点高さおよびソース高さの理論的分布を，

図2に揖斐川の節点高さの理論値と実測値の比較を示す。

(3) パス河道長の分布：ランダムリンク長の仮定，仮定(四)を用いれば，ソース高さ h および合流点高さ h_c の外部パス長 $L_k^{(E)}$ および内部パス長 $L_k^{(I)}$ は，

$$L_k^{(E)} = \bar{L}_c + (h-1)\bar{L}_i \quad \text{--- (5)}$$

$$L_k^{(I)} = h \cdot \bar{L}_i \quad \text{--- (6)}$$

で表わされる。 $L_k^{(E)}$ 、 $L_k^{(I)}$ の分布はそれぞれソース高さおよび合流点高さの分布と一致する。図3に野州川の外部パス長の累積分布の実測値と理論値の比較を示す。

(4) パスに伴う三次元地形量の分布：パスに伴う三次元地形量については，節点高さとマグニチュードの関係を明らかにしなければならぬ。今，節点高さ h でマグニチュード h のリンクは，その定義より， $(h-1)$ 回の合流をして最下流端のリンクに至る。したがって，この対象としているリンクが最初に合流するリンクのマグニチュードは $h_1 \leq h_2 \leq h-1$ でなければならぬ。この条件下において，マグニチュード h のリンクがマグニチュード h_1 のリンクに流入する確率は河道リンク配分則³⁾より，

$$\{P_{h_1}^{(E)}\}_{h_1} = 2m_{h_1}z_{h_1}z_{h-1} / \{m_{h_1} - \sum_{i_2=h_1+1}^{h-1} (m_{h_1}^{(i_2)})_{i_2}\} z_{h_1} \quad \text{--- (7)}$$

で表わされる。ここに記号 $\{ \}$ は，先に述べた制約条件を示す。ソース数 n の河道網において，節点高さ h でマグニチュード h のリンクのパスに含まれるマグニチュードが $h_1, h_2, h_3, \dots, h_{k-2}, n$ である確率を $P^{(k)}(h_1, h_2, \dots, h_{k-1}, n)$ で表わすと，

$$P^{(k)}(h_1, h_2, \dots, h_{k-1}, n) = (P_{h_1}^{(E)})_{h_1} \cdot (P_{h_2}^{(E)})_{h_2} \cdot \dots \cdot (P_{h_{k-1}}^{(E)})_{h_{k-1}} \quad \text{--- (8)}$$

となる。これに，マグニチュードの関数として表わされている三次元地形量の地形則を適用すれば，パス勾配，パス高低差などが求められるが，その分布について求めることができるが，詳細は講演時に発表する予定である。

(5) 結論：以上によつて，パスに伴う諸量の分布が明らかになった。けれども，より徹密に地形量の全体的な分布を知るためには，内部リンク長および外部リンク長の分布を明らかにする必要がある。また，流域の地形形態に関する研究の場合に常に問題となることは，その応用的意味であり，たとえば，本報のパスに伴う諸量の分布は出水機構との関連において重要である。このような地形形態の応用に関しては河道の分類法が問題となり，よりよい河道分類法は応用する事項によつて異なるであろうが，今後，河川流域の地形特性を明確かつ一般的に定量評価できる表示方法を検討していかなければならぬ。

参考文献 (1) 石匠，小林，棚橋：流域の地形形態に関する定量的研究，京都大学防災年報 198-2, 1976

(2) たとえば，Shreve, R. L.: Variation of Mainstream Length Basin Area, W.R.R. 1974

(3) 石匠，小林，棚橋：河道ネットワークに関する基礎的研究，土木学会年次講演会，SSD.

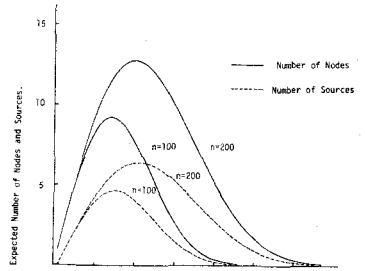


Fig.1 Expected number of nodes $n_h^{(E)}$ and sources $n_h^{(S)}$ versus height h for channel networks with 100 sources and 200 sources.

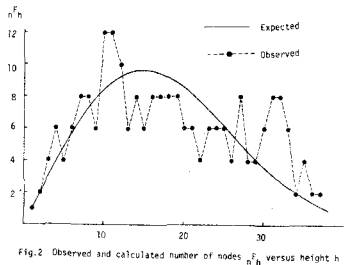


Fig.2 Observed and calculated number of nodes n_h versus height h for Ibi River.

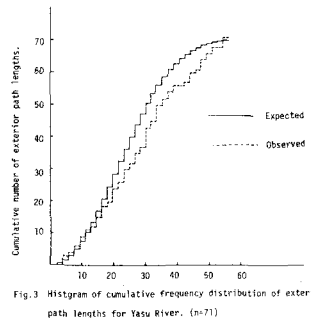


Fig.3 Histogram of cumulative frequency distribution of exterior path lengths for Yasu River. (n=71)