貯留関数法とカルマン・フィルターを組み合せた流出予測

近畿大学理工学部　正　員　江藤　剛治
（株）ＫＡＫ技術研究所　正　員○西村　克己

1. まえがき

流出解析の一手法として貯留関数法が，今日広く一般的に用いられている。しかし，貯留関数法中の遅滞時間，流出率その他の定数は，各洪水に対して必ずしも一定とはならない。これらの定数の決定については，従来種々の方法がとられてきた。一方，単位図，線形貯留関数等の線形表示を用い，それに関する定数をカルマン・フィルター理論により刻刻のデータから計算し利用する方法が，日野[1]によって提案された。しかし，流出現象は本質的に非線形現象である。よって，基礎式としては非線形のままで，定数を同定する方がより安定した定数同定が可能となるはずである。そこで，本研究では，貯留関数式に通常用いられる木村[2]の貯留関数法（非線形）を用い，時々刻々各定数の同定を行なうことを試みた。

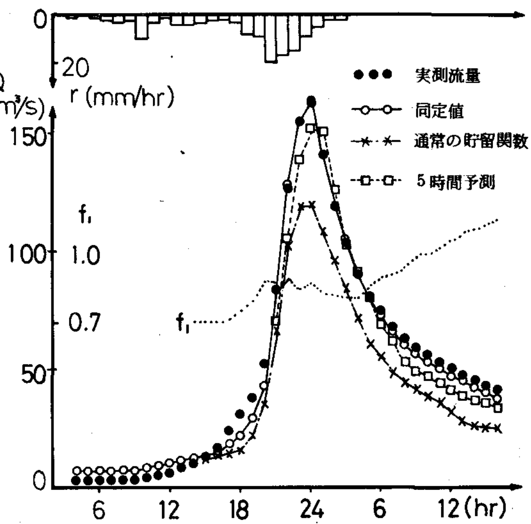
2. カルマン・フィルター理論

本研究において，各定数の同定部には，カルマン・フィルター理論を用いた。以下に，その基本式を示す。

$$\mathbf{h}_{k+1} = \mathbf{\Phi}\,\mathbf{h}_k + \mathbf{w} \qquad (1)$$

$$\mathbf{Z}_{k+1} = \mathbf{M}\,\mathbf{h}_{k+1} + \mathbf{v} \qquad (2)$$

$\mathbf{h}_k$：求める定数（遅滞時間，流出率等），$\mathbf{\Phi}$：時間ステップ k から k+1 への遷移時の $\mathbf{h}_k$ の変換行列，$\mathbf{z}$：観測量（実測流量），$\mathbf{M}$：状態の変化を表わす行列，$\mathbf{v}$，$\mathbf{w}$：誤差ベクトル



図－1　f_1 の同定

3. 貯留関数法

貯留関数法における基礎式は，つぎのとおりである。

$$r_{ave} - q_e = \frac{ds_e}{dt}$$

$$q_e(t) = q(t + T_e)$$

r_{ave}：流域内平均降雨量，q_e：見かけの単位流出高，S_e：見かけの単位貯留高，t：時間，T_e：遅滞時間，q：単位流出高

貯留関数式としては，つぎの式を用いた。

$$S_e = K q_e^p \qquad k,\ p：定数$$

また，流出量の計算は次式による。

$$Q = \left[\frac{1}{3.6}\{f_1 q + (1 - f_1)\,q_{sa}\} + q_B\right] A$$

f_1：一次流出率，q_{sa}：飽和点以後の降雨による単位流出高，q_B：単位面積あたりの基底

流量，A：流域面積，Q：流量

4.　各定数の同定

本研究において，検討を行なった方法はつぎの2つである。

i）実測流量と貯留関数法による流出量より，一次流出量 f_1 を同定する。

ii）T_e，f_1，k，p，q_B，s_e のうちいくつかの定数を同時に同定する。

i)については，f_1 に関する項を(2)式の **M** に，それ以外を **z** に代入して f_1 を同定する。ii)については，非線形同定となるので数値偏微係数により局所線形化を行なって，カルマン・フィルター理論を適用した。その手法を以下に示す。

① 未知数は，f_1，T_e とする。その推定値を $\hat{f}_1$，$\hat{T}_e$ とする。この $\hat{f}_1$，$\hat{T}_e$ を代入して流出量を計算し，これを $\hat{Q}$ とする。

② $\hat{f}_1$，$\hat{T}_e$ にそれぞれ微小量 $\triangle f_1$，$\triangle T_e$ を加える。そのそれぞれの値を代入し求めた流出量を $\hat{Q}_f$，$\hat{Q}_{Te}$ とし，$\hat{Q}$ との差を $\triangle\hat{Q}_{f_1}$，$\triangle\hat{Q}_{Te}$ とする。

③ 真値 f_1，T_e と $\hat{f}_1$，$\hat{T}_e$ にはつぎの関係がある。（‘～’は誤差を示す）

$$\tilde{f}_1 = f_1 - \hat{f}_1 \;,\; \tilde{T}_e = T_e - \hat{T}_e \qquad (3)$$

よって，システム方程式は次式である。

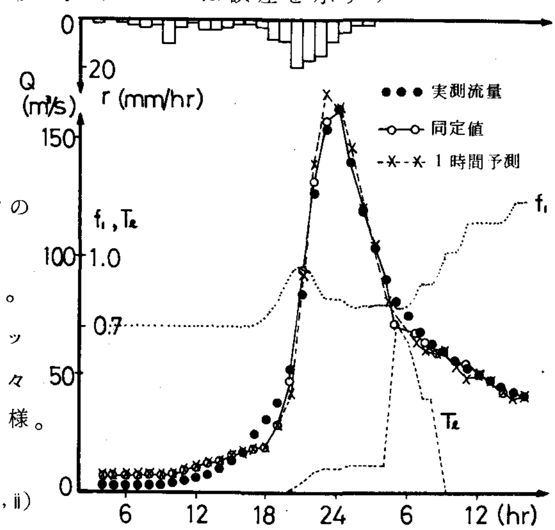
$$Q = \hat{Q} + \frac{\triangle\hat{Q}_{f_1}}{\triangle f_1}\,\tilde{f}_1 + \frac{\triangle\hat{Q}_{T_e}}{\triangle T_e}\,\tilde{T}_e + v \qquad (4)$$

Q：実測流量，v：誤差

(4)式と(1)式をカルマン・フィルター理論の基本式として，$\tilde{f}_1$，$\tilde{T}_e$ を同定する。

④ $\tilde{f}_1$，$\tilde{T}_e$ より，f_1，T_e を(3)式で計算する。

⑤ ④で計算された f_1，T_e を次の時間ステップの $\hat{f}_1$，$\hat{T}_e$ として，①～④をくり返し刻々の f_1，T_e を計算する。変数が増しても同様。



図－2　f_1，T_e の同定（局所線形化）

5.　計算例

実際の降雨一流量データに対して，前節i)，ii)の同定を行なった。ただし，ii)については，f_1，T_e の2つの同時推定である。また，降水量は与えられているものとした。

i）同定された f_1 を用いて流出量を予測した結果を図－1に示す。これによって，5時間先まで予測可能であることがわかる。

ii）f_1，T_e の2つの同時推定についても同様。（図－2）

6.　結論

前節の結果より，貯留関数式が非線形の場合でも局所線形化等により，カルマン・フィルター理論が適用可能かつ有効であることがわかる。以上の解析において，システム雑音の与え方には工夫を要したが，ページ数の関係で割愛する。

〔参考文献〕1）日野幹雄：水文流出系予測へのカルマン・フィルター理論の適用，土木学会論文報告集，第221号，1974年1月

2）木村俊晃：貯留関数法，土木技術資料，1962年