

掃流砂れきの運動機構について

京郡大学工学部 正員 中川 博次
 京郡大学大学院 学員 辻本 祐郎
 京郡大学大学院 学員 宮本 博司
 京郡大学大学院 学員 〇細川 泰廣

河床砂れきの掃流機構については従来から多くの研究がなされているが、水流と粒子との間、また運動粒子相互の間の干渉的作用についてはその詳細は明らかではない。本論文は球状粒子を用いて掃流現象に含まれる力学過程を抽象して基礎実験を行なって、粒子の転動機構について検討・考察したものである。本研究における計測の多くは 16mmカメラ、ダナミットフレームを用いて行なわれた。

≪ 滑面上の単一球状粒子の運動機構 ≫

流体中で転動する粒子の運動は次の式に表記される。 $M\dot{u}_g = -F + D + W \sin \alpha$,
 $M R^2 \dot{\omega} = F d/2 - M_f$ ここに M : 仮想質量, F : 摩擦力, W : 水中重量, M_f : 転動球に対する水流の抵抗モーメント, R : 粒子の重心に関する回転二次半径,
 u_g, ω : 粒子の速度および角速度である(図-1参照)。完全転動の場合 $u_g = \omega d/2$ であり、上式より次式が得られる。 $u_g = \{D + W \sin \alpha - (2/d)M_f\} / \{M(1 + 4R^2/d^2)\}$ ----- (1)

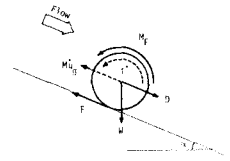


図-1 記号図

従来の研究では M_f が無視されており、みかけの摩擦係数 または みかけの抗力係数が導入されているが、完全転動をしている球が床面から受ける摩擦力は垂直抗力に比例しないし、またみかけの抗力係数を評価しても水流による転動粒子の平衡速度を過大(2倍程度)に見積ることになる。さて、 M_f に関する知見は乏しいので、静水中で斜面転動実験により平衡転動速度を測定することでこれを求めた。

($C_D = 0.4$ を採用, C_D : 抗力係数)。図-2は M_f と転動速度との関係で、Reynolds 数が充分大きい領域では次式の成立することが認められた。

$$M_f^* = M_f / (A_2 \rho g d^3 \cdot d/2) = 0.76 (\bar{u}_g / \sqrt{g d})^2 \equiv C_f (\bar{u}_g / \sqrt{g d})^2 \quad \text{----- (2)}$$

さて、 C_f はグリセリンを用いた低 Reynolds 数の実験を参照すると、Reynolds 数に対する変化性状は C_D のそれと同様であることがわかった。次に、滑面上の流速分布に対数則を適用し、代表流速を $u = d/2$ とすると、平衡速度と摩擦速度および転動速度、移動距離の時間的变化はそれぞれ次式で表わされる。

$$\bar{u}_g / u_* = \{ \sqrt{A_2 C_D / 2 A_3} / (\sqrt{C_f} + \sqrt{A_2 C_D / 2 A_3}) \cdot (1/\kappa) \ln(4.52 Re_*) \} \quad \text{----- (3)}$$

$$u_g / \bar{u}_g = (\sqrt{P_*} + \sqrt{F_*}) / [\sqrt{P_*} + \sqrt{F_*} \coth \{ \sqrt{F_*} (\sqrt{P_*} + \sqrt{F_*}) (\bar{u}_g t / d) \}] \quad \text{----- (4)}$$

$$x/d = \{ \ln | \sqrt{P_* / F_*} \sinh t_* + \cosh t_* | - \sqrt{P_* / F_*} \ln | (1 + \tanh(t_*/2)) / (1 - \tanh(t_*/2)) | \} / (F_* - P_*) \quad \text{----- (5)}$$

ここに、 A_2, A_3 は形状係数で、 $Re_* = u_* d / \nu$, $P_* = A_2 C_D / \{ 2 A_3 (0.75 + C_M) (1 + 4R^2/d^2) \}$,
 $F_* = C_f / \{ (0.75 + C_M) (1 + 4R^2/d^2) \}$, $t_* = \sqrt{P_* F_*} A_* (u_* t / d)$, $A_* = u_* / u_*$,
 u_* : 代表流速, C_M : 付加質量係数である。図3, 4, 5は、ここに導出された諸式の妥当性を実験により検証したものである。ここでは Ar_{sog} の実験より、 $C_D = 1.0$ とした。

≪ 粗面上の単一粒子の運動 ≫

粗面上での粒子の運動は床面との間断的な衝突による特徴づけられる。球状粒子が、床面の凹凸に沿って転動する場合について

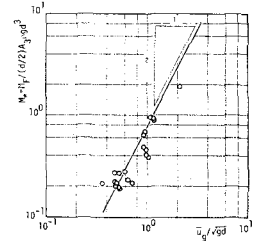


図-2 転動球に対する流体の抵抗モーメント

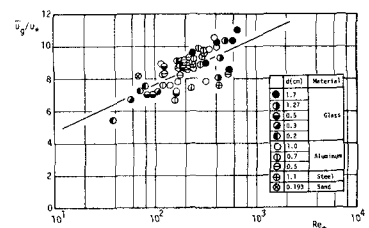


図-3 滑面での球状粒子の平衡速度

て、まず斜面での重力転動を考える。図-6を参考に粒子の運動方程式を立て(完全転動)、これから粒子速度 v と粒子位置、 θ の関係を求め、

$$v^2/gd = (v_0^2/gd) e^{-2\beta'(g-g_0)} + \chi(\theta, \theta_0) \dots (6)$$

となる。ただし、

$$\chi(\theta, \theta_0) = \{2\beta'/(1+\beta'^2)\} \{e^{-2\beta'(\theta-\theta_0)} \{\cos(\theta_0+\alpha) - 2\beta' \sin(\theta_0+\alpha)\} - \{\cos(\theta+\alpha) - 2\beta' \sin(\theta+\alpha)\}\}, \quad \beta' = (g-g_0)/(g_0+G)(1+k^2/d^2),$$

また β' は β における C_D を $C_D + 2A_0 C_F/A_2$ で置き換えたもの、

添字は初期値である。次に、斜面との衝突過程に於いて運動量保存則を適用すると衝突の前後における速度の差が求められる、 $e' \equiv v_2/v_1 = (\cos\theta + k^2/d^2)/(\cos\theta' + k^2/d^2)$ (図-7参照)、これと先に見出された関係式とを平衡状態を考えると、

$v_1 = v_2 = v_e$ と、平衡速度 v_e は次式で与えられる。

$$v_e/\sqrt{gd} = [e^{-2\beta' \chi(\beta, \theta)} + \chi(\beta, \theta)] / (1 - e^{-2\beta' \chi(\beta, \theta)})^{1/2} \dots (7)$$

ただし、 $\beta = e^{-2\beta'}$ である。図-8は上式の実験的検証である。

ところで、水流による転動の場合は、粗度上の転動の運動方程式は、 $M(1+k^2/d^2) \ddot{\theta} d = W \sin\theta + D \cos\theta - 2M_F/d \dots (8)$

となり、これを図の I $\rightarrow$ II, II' $\rightarrow$ III で積分することにより、その間の速度の変化が求められる。さらに II と II' の間の速度の変化は先に得られた e' によって表わされる。したがって $v_1 = v_3 = \bar{u}_g$ とおくことにより平衡速度 $\bar{u}_g$ が求められる。なお、I $\rightarrow$ II の間の速度の関係は、

$$v_2^2 - v_1^2 = 2W(1-\cos\beta) + D \sin\beta - 2\beta M_F/d \quad d/M(1+k^2/d^2)$$

であり、II' $\rightarrow$ III の変化も同様に計算される。結局、平衡速度 $\bar{u}_g$ と斜面との衝突角との関係は次のようになる。

$$\bar{u}_g^* = \frac{-k \sin \beta A^* \cos \beta/2 + \sqrt{-2\beta' \frac{e^{-\beta'}}{1+e^{-\beta'}} \frac{1-\cos\beta}{\sin\beta} \left(\frac{1-e^{-\beta'}}{1+e^{-\beta'}} + 2\beta' \sin\beta - \beta' \sin\beta \right) + \beta' \frac{e^{-\beta'}}{1+e^{-\beta'}} + 2\beta' \sin\beta}}{\frac{1-e^{-\beta'}}{1+e^{-\beta'}} + 2\beta' \sin\beta - \beta' \sin\beta}$$

ただし、 $\bar{u}_g^* = \bar{u}_g / \sqrt{(g\beta-1)gd}$ である。これを実験値と比較すると、図-10に示すように多くの実験値の下階付近である。これは、水流による運動では斜面の影響や、斜面の不斉一性のための反発が頻繁に起こり粒子の転動速度が激減するといった完全転動過程が出現し難いことによる。したがってこの大抵の場合では滑動形式と同様、局所的な流速に準拠している。図中の破線はここに導いた「衝突・転動モデル」から計算される平均摩擦係数 (μ_R の0.35) を用いた場合の滑動形式に対する表示である ($C_F = 0.4$ を使用)。

今後更に運動転動・衝突・干渉作用など基礎的研究を続ける予定である。

参考文献 1) James et al.; The Hydraul. Engrg. Co., 1969, 2) Akisaka; Proc. IAHPR, 1973.

3) Coleman; The Hydraul. Engrg. Co., 1972

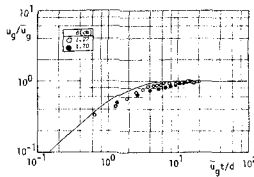


図-4 滑面における転動速度の時間的变化

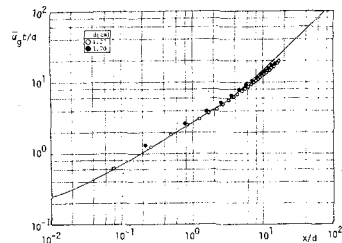


図-5 滑面上の転動距離と時間との関係

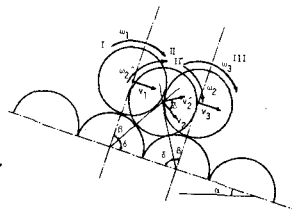


図-6 記号図

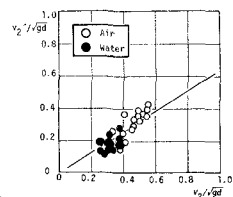


図-7 衝突前後の速度の関係

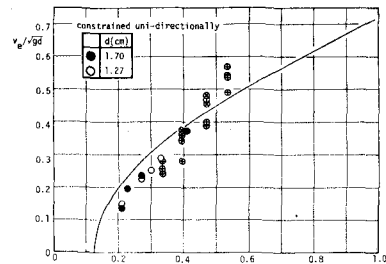


図-8 静水中の斜面転動速度(相対)

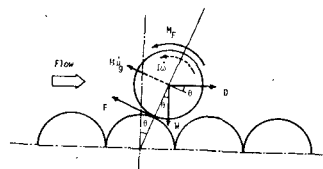


図-9 記号図

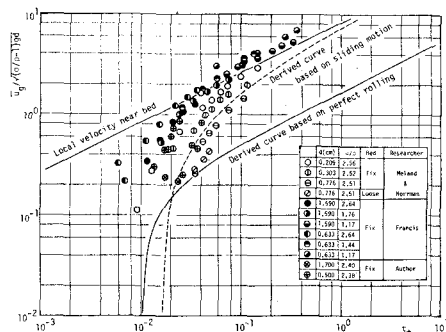


図-10 粗面(固定床)上の粒子の平均速度と C_F の関係