小海域における潮流の数値計算

神戸大学工学部　正員　筧　源亮
神戸大学工学部　正員〇梅田　眞三郎
神戸大学工学部　　　　末光　英和

1．まえがき

近年，海岸や港湾の整備に伴う地形形状変化に起因する沿岸環境変化の予測手段として数理モデルによるシュミレーションが頻繁に利用されるようになった。そこで本研究は，この種の数値シュミレーションの基本である潮流計算に対して，神戸市須磨海岸付近の小海域を例にとって養浜，突堤工事等により海岸地形を変化させた場合に関して流れの関数を用いてNavier−Stokesの式及び連続の式を変形し，2次の微分方程式の形として海域の四辺が計算に繰込める方法を用いた数値計算の1例を示すものである。

2．基礎方程式

基本式としてNavier−Stokesの運動方程式を使う。本研究の対象とする須磨海岸海域は，水面積数 km²，水深10m前後の小海域であるから海水を非圧縮性流体として取扱う。この基本式を対象海域の特性を考慮しつつ各項の大小関係を比較検討して変形し，水深方向に平均化した流速U，V及び流量M，Nを用いると次の(1)式のようになる。

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial M}{\partial t}&=-aM-bN-g(h+\zeta)\frac{\partial h}{\partial x}\\ \frac{\partial N}{\partial t}&=-cN-dM-g(h+\zeta)\frac{\partial h}{\partial y}\\ \frac{\partial \zeta}{\partial t}&=-\left(\frac{\partial M}{\partial x}+\frac{\partial N}{\partial y}\right)\end{aligned}\right\}\ (1)$$

ここに，

$$a=\frac{\gamma^2}{h+\zeta}\sqrt{U^2+V^2}+2\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}+\frac{U}{h+\zeta}\frac{\partial(h+\zeta)}{\partial x},\quad b=\frac{\partial U}{\partial y}+\frac{U}{h+\zeta}\frac{\partial(h+\zeta)}{\partial y}$$

$$c=\frac{\gamma^2}{h+\zeta}\sqrt{U^2+V^2}+2\frac{\partial V}{\partial y}+\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{V}{h+\zeta}\frac{\partial(h+\zeta)}{\partial y},\quad d=\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{V}{h+\zeta}\frac{\partial(h+\zeta)}{\partial x}$$

$$A\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+A\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+B\frac{\partial\psi}{\partial y}+C\frac{\partial\psi}{\partial x}=0\ (2)$$

ここに，

$$A=2\left\{\frac{\partial(h+\zeta)}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial y}-\frac{\partial(h+\zeta)}{\partial y}\frac{\partial\psi}{\partial x}\right\}\quad B=\left(\frac{\partial^3\psi}{\partial x\partial y^2}-\frac{\partial^3\psi}{\partial x^3}\right)(h+\zeta)$$

$$C=-\left(\frac{\partial^3\psi}{\partial x^2\partial y}+\frac{\partial^3\psi}{\partial y^3}\right)(h+\zeta)$$

h;水深　ζ;潮位　γ^2;海底摩擦係数

本研究は流れを水平2次元流として取扱っているが，このとき流れの関数$\psi(x,y,t)$を考え，(1)式を変形し未知数を1つ減じて計算容量の縮少化を計った。本研究においては対象域が小海域であるため潮位$\zeta(x,y)$に関する資料が乏しいので(1)式の第1式と第2式から潮位ζを消去することを考えた。また，海域の大きさと潮汐波の進行速度の比較から流れを定常流として取扱い，$\frac{\partial M}{\partial t}$，$\frac{\partial N}{\partial t}$，$\frac{\partial \zeta}{\partial t}$の各項を適当な常数項に置き換えて干潮時，満潮時等各潮時ごとに計算を分割することを考えた。ここで，それぞれにおいて各係数中の各項の大小関係を境界条件等を考慮した仮定流れで比較して式の省略化を進め，その結果(2)式のような高次階の偏微分方程式の形態となり，係数を定数とみなせるものとすれば，楕円型の2階の線形偏微分方程式となる。

3．数値計算条件及び差分化

差分化に当たり，格子間隔はx，y方向ともに100mとした。潮汐は流れを定常流として取扱っているので代表的な潮時として，干潮，漲潮，満潮及び落潮の4潮時について各潮時ごとに潮流速を求めて計算を行った。その各潮時の潮位は表−1に示すような値を与えた。

潮流速は，神戸市西部海岸潮流調査及び拡散調査報告書による潮流速実測値より調和分解を行って求めたものを使用した。これらの調和常数を用いて外海条件としての潮流速U及びVを各計算潮時ごとに与えて，境界線上の各格子点間の隣り合う２点の合流速ベクトルと，２点を結ぶ格子線と形造る４辺形に単位深さを乗じたもので流量を求め，流れ関数ψを求めて計算を行った。防波堤及び海岸では$\psi=0$とし，初期条件としては計算安定上等流に近い状態の流れを与えた。

差分化に関しては，次のような打切り誤差の最も小さい中間型差分を用いた。x方向の格子点の移動を示すものとしてiを，y方向のものをjとし，格子点間隔をΔSとすると，(2)式は次のような差分式となる。

$$(A_{ij}+B_{ij}\cdot\Delta S)\psi(i,j+1)+(A_{ij}-B_{ij}\cdot\Delta S)\psi(i,j-1)$$
$$+(A_{ij}-C_{ij}\cdot\Delta S)\psi(i+1,j)+(A_{ij}+C_{ij}\cdot\Delta S)\psi(i-1,j)-4A_{ij}\cdot\psi(i,j)=0 \quad (3)$$

$$\overline{A}\cdot\overline{\Psi}=\overline{B} \quad (4)$$

	潮　位
干潮時	−0.52 m
満潮時	0.70 m
漲潮時	0.00 m
落潮時	0.00 m

表-1 各潮時の潮位

(3)式をマトリックス$\overline{A}$，ベクトル$\overline{\Psi}$及び$\overline{B}$を用いて表示すると，(4)式のような行列式になり，図-1のFLOW CHARTの手順で逐次近似解を求めることができる。なお，判定条件としてψの値が全計算点において±2(m²/sec)以下の変動となった時点で打切ること，及び各係数の推移を見て判定条件とした。

4．計算結果ならびに考察

計算が収束及び発散したときの各係数間の関係としては，いろいろなタイプがあったが代表的なものを図-2,3に示す。この収束タイプに属する流速図の１例として図-4の漲潮時のタイプを示す。

以上の結果から，本研究において設定した防波堤の場合には，流れは防波堤及び海岸に沿う平行に近い流れとなっており，堤外に渦が生じるような条件は消えているといえる。堤内での流れについては流速は一体に小さいといえ，また渦も小さなものとなっている。

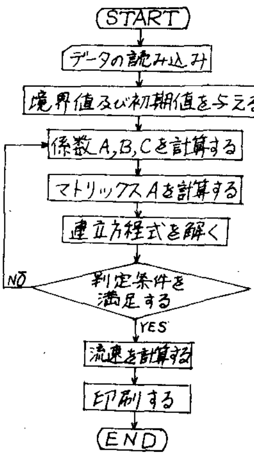

図-1 FLOW CHART

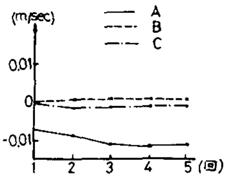

図-2 各係数間の関係
〔収束例〕

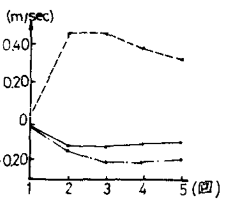

図-3 各係数間の関係
〔発散例〕

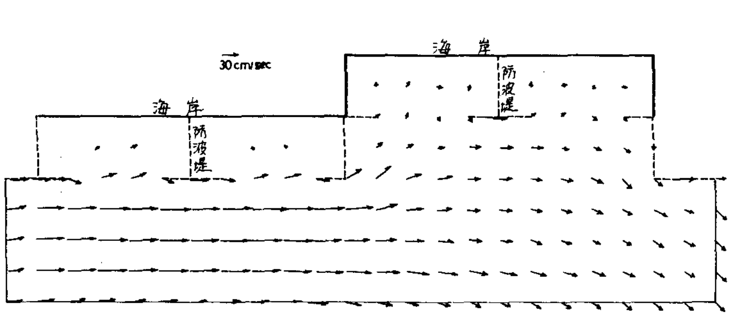

図-4 漲潮時 潮流速図