

潮流解析における曲辺要素の適用について

大阪大学工学部 正員 榎木 亨
 大阪大学工学部 正員 中辻 啓二
 日本情報サービス(株) 正員 和手 信泰

1. まえがき ; 著者等は第23回海岸工学講演会で波動現象への重み付き残差法の適用について極めて基礎的に考察し、implicitな解法の適合性、誤差の伝播、境界条件の処理等の問題点を懐疑的に指摘した。それにもかかわらず、近年ますます有限要素法的思考の水理現象解析への導入が試みられるのは、格子網を任意の大きさ、形状に組むことが可能であることに原因するためであろう。換言すれば、複雑な地形形状を滑らかに表現し、且つ必要とする領域を細分化して解析することが容易で、現象を zoom-up して観察できる利点があるからであろう。そこで、本文では有限要素法に対して屈曲した境界を数少ない節点で精度高く表現できる曲辺要素の適用を試み、implicitに水位、流速を連成して解いた場合の誤差の特性について考察を行なったので報告する。

2. 曲辺要素について ; Galerkin 法に代表される重み付き残差法の適用にあたって最も困難なことは、格子網の形状と各要素に適用される形状関数 $G_i(x, y)$ の選定にある。不手際な要素で近似すると、得られた全領域節点方程式の元数が増大し、且つ係数行列の性質が悪く精度の低い解を得て、要素の辺の間で解が不連続になるということも起りかねない。たとえば、一般に用いられる三角形要素で屈曲した海岸線を近似するには要素を十分に小さくしなければならないし、また大きな要素との接続においては細長い異形の要素や極端に大きさの異なる要素を同時に解かねばならなくなる。この問題点を解消するためには辺の曲がった要素を用いるのが適切であろう。図-1はその一例で8節点四角形要素であり、二次の精度で境界を平滑に表現でき得る。ただ、数値積分を曲辺に沿って直接に行なうことは不可能で、次式に示すように x - y 座標系における任意形状の要素を同じ多項式関数で表現される一般曲線座標系 (ξ, η) に写像して行なわれる。

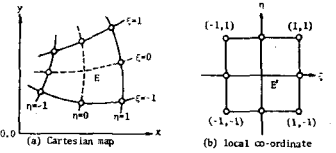
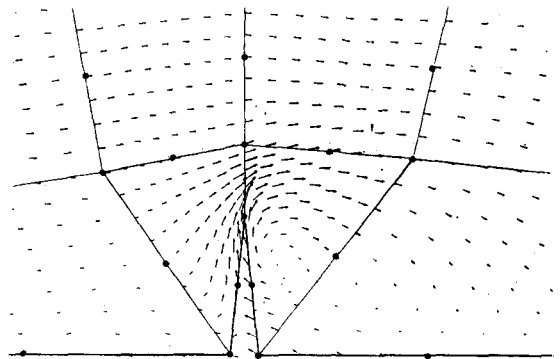


図-1 曲辺要素

$$\iint_E G_j(x, y) R(x, y, t) dx dy = \iint_{E'} S_j(\xi, \eta) R_a(\xi, \eta, t) |J| d\xi d\eta \quad (1)$$

ここに $x = \sum S_j(\xi, \eta) x_i$, $y = \sum S_j(\xi, \eta) y_i$
 この曲辺要素を用いて、平行流中に突出部を設置した場合の流況図を図-2に示す。6回繰返し後の途中経過であり十分な渦の発達は見られないが、極めて少ない節点(黒印・)で流況は再現できる。

図-2 突出部を設置した場合の流れ ($Re=150$)

3. 誤差特性について ; H港区の潮流の定常繰返し計算を例に誤差特性の検討を行った。水深は0.8m~11.8mの範囲であり、防波堤設置にともなう縮流部が存在し浅海領域は非線型性の強い流況場である。格子網は図-4(a)に示す246節点64要素からなり、曲辺要素を用いることにより縮流部を滑らかに表現している。計算は Δt を1.5秒に選んだ場合にのみ安定であり、3.0秒の場合は摩擦係数 C_h を10,100に選んだにもかかわらず縮流部で水位が急増大する傾向を示した。これは演算時の係数行列の特性によるよりも多分に非線型項の近似誤差に原因するものと思われるので、図-4(a)のA,B,C,D地点での流速 $|V|$ 、水位 ζ の時間変化を比較して検討した。この結果を図-3に示す。縦軸には $\Delta t=1.5$ 、 $C_h=10$ の場合の1.5秒後の計算値で無次元化した値を示した。全領域節点方程式の1stepでの解は初期条件にかかわらず差異はないが、計算の進行とともに $\Delta t=3$ の場合は非線型性が卓越すると考えられるA,B地点で流速、水位ともに一様に増大する。これは要素間の連続性を負荷していないために要素間で勾配が不連続となる可能性が強いことに原因するものと考えられる。しかも、implicitに解くためにこの不連続性を抑制する数値的減衰効果がないために、不安定な雑音が入れば即座に発散するのであろう。図-4は $\Delta t=1.5$ 、 $C_h=10$ の場合の14.5秒後の流況図である。

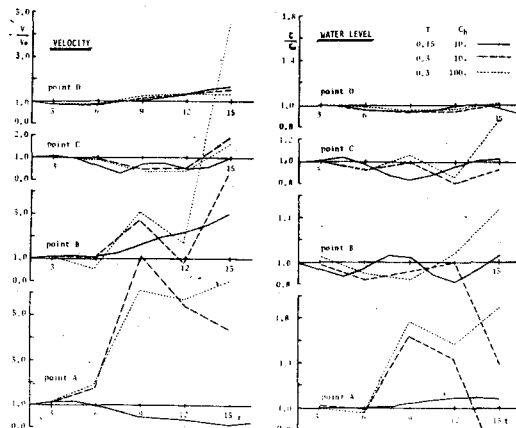


図-3 流速、水位の時間変化

<参考文献> 榎木中辻和手: 潮流解析における重み付き残差法の適用について、第23回海洋工学論文集、1976

Fig.4 Computed steady flow pattern of H-port area at 11 time steps ($\Delta t=1.5\text{sec}$, $C_h=10$)

