

差分法による閉水域内の流体運動の解析に関する一考察

京都大学工学部 正員 岩佐 義朗

" " 井上 和也

新日本製鐵 " 〇片山 猛

大 本 組 " 森 嘉仁

1. まえがき 本研究は平面的な広がりをも有する場での流れの流動特性を風および水域についての流出入量との応答特性をも含めてシミュレーションしようとするものである。ただし比較的浅い水域を考えているので二次元の一層モデルを適用した。

2. 基礎式とその数値解法 浅くて比較的緩やかな流れに対する基礎式は、1) 圧力は静水圧分布、2) 慣性力はコリオリ力に比して小さいと仮定することによりつぎのように導かれる。x軸方向: $\frac{\partial u}{\partial t} = f v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_x}{\partial z}$ --- (1) y軸方向: $\frac{\partial v}{\partial t} = -f u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_y}{\partial z}$ --- (2) z軸方向: $0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g$ --- (3) 連続式: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$ --- (4)

さらに物質拡散を考えると、つぎの拡散方程式が適用される。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial (uC)}{\partial x} + \frac{\partial (vC)}{\partial y} + \frac{\partial (wC)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (D_x \frac{\partial C}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (D_y \frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (D_z \frac{\partial C}{\partial z}) \quad \text{--- (5)}$$

ここに u, v, w は x, y, z 軸方向の流速で x, y 軸は水平面内、 z 軸は鉛直方向で上に正で、水面で 0 である。また p は圧力、 g は重力加速度、 τ_x, τ_y は x, y 軸方向に働くせん断力、 f はコリオリ係数、 D_x, D_y, D_z は x, y, z 軸方向の拡散係数、 C は物質の濃度である。基礎式 (1) ~ (5) を $z = -h$ (底) から $z = \zeta$ (水面) まで積分して二次元化を行なったのち、今里¹⁾の用いた中央差分による方法を用いると下記の差分式が導かれる。

$$\frac{M_{i,j}^{n+2} - M_{i,j}^{n+1}}{2\Delta t} = -g \frac{\{(h+\zeta)_{i,j}^{n+1} + (h+\zeta)_{i,j}^{n+1}\}}{2} \frac{(\zeta_{i,j}^{n+1} - \zeta_{i,j}^{n+1})}{\Delta S} + A_{i,j}^{(x)} \quad \text{--- (6)}$$

$$\frac{N_{i,j}^{n+2} - N_{i,j}^{n+1}}{2\Delta t} = -g \frac{\{(h+\zeta)_{i,j}^{n+1} + (h+\zeta)_{i,j}^{n+1}\}}{2} \frac{(\zeta_{i,j}^{n+1} - \zeta_{i,j}^{n+1})}{\Delta S} + A_{i,j}^{(y)} \quad \text{--- (7)}$$

$$\frac{\zeta_{i,j}^{n+3} - \zeta_{i,j}^{n+1}}{2\Delta t} = - \frac{M_{i,j}^{n+2} - M_{i,j}^{n+1}}{\Delta S} - \frac{N_{i,j}^{n+2} - N_{i,j}^{n+1}}{\Delta S} \quad \text{--- (8)}$$

$$\begin{aligned} \frac{K_{i,j}^{n+2} - K_{i,j}^{n+1}}{2\Delta t} = & -D_x \frac{K_{i+1,j}^{n+1} + K_{i-1,j}^{n+1} - 2K_{i,j}^{n+1}}{\Delta S^2} - D_y \frac{K_{i,j+1}^{n+1} + K_{i,j-1}^{n+1} - 2K_{i,j}^{n+1}}{\Delta S^2} \\ & - U_{i,j}^{n+2} \frac{K_{i+1,j}^{n+1} - K_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta S} - V_{i,j}^{n+2} \frac{K_{i,j+1}^{n+1} - K_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta S} \quad \text{--- (9)} \end{aligned}$$

ここに $A_{i,j}^{(x)}, A_{i,j}^{(y)}$ はコリオリ項および摩擦項を含み、 M, N, ζ の既知点から求まる。また $M = U(h+\zeta) = \int_{-h}^{\zeta} u dz$, $N = V(h+\zeta) = \int_{-h}^{\zeta} v dz$, $K = \int_{-h}^{\zeta} C dz$ である。 C の計算点は水面変動点と同じとした。

3. 琵琶湖南湖の潮流のシミュレーション まず南湖を図 1 に

示すように 218 の正方形格子 ($\Delta S = 500 \text{ m}$) に分割し、上述の差分スキームにより、表 1 の条件の場合の潮流のシミュレーションを行なった。与えられた境界条

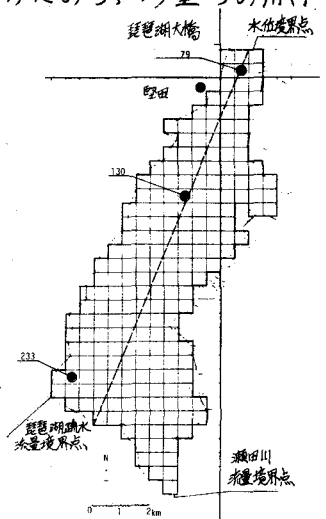


図1 琵琶湖南湖の計算格子図

件は南湖北端で水位、瀬田川と疏水での流量、および南湖全域で風向、風速であるが、これは堅田での観測値で代表させた。初期の流況を推定するため境界条件を

計算開始時刻に固定したまま非定常の計算方法で計算を進め南湖北端からの流入量と境界条件として与えた流出量とがほぼ等しくなった状態を定常状態とみなし、それを初期条件とした。(図2参照) ただし、このような初期状態の設定は一意的ではなく、いくつかの計算ステップ数で同様の状態が現われる。そのようなステップ数を $K_{initial}$ として (I) $K_{initial}=2280$, (II) $K_{initial}=2400$, (III) $K_{initial}=2520$ と変化させたがそれ以後の計算結果は位相と振幅が若干ずれる以外はほぼ同様の傾向を示し(図3,4参照)この方法によって初期状況の推定が可能であると考えられよう。図3は南湖南部西岸の第233点での水面変化を示したもので、南湖でしばしば観測されている周期4時間の静振が数値計算上も表われている。

つぎに前述の(I)の場合について初期状態および6時間後の結果を示したのが図5,6である。初期には南湖中央部東岸に小規模な環流が見られるが、6時間後には消滅して

いる。これは表より考えれば初期には $2m/s$ の南風により、東岸部を北上する流れが発生し、その結果環流が生じたとみなされるのに対し、2時間後には風が $2m/s$ の北風に変わり、それ以後6時間後まで北よりの風であったためと考えられる。つまりシミュレーションの結果では風向によって南湖の湖流の形態が東岸部で影響を受けることになる。つぎに南湖全域で初期の C を0としてモデル北端で計算の開始とともに、 $C=5\%$ としたとき、湖流によって納流分散された C の分布を図7に示す。ただし風がないときの流況で24時間経過した後の濃度分布で、この結果より C の進行状況のシミュレーションも可能と考えられる。

1) 宇理昭久、金成誠一、岡田秀明; びわ湖の水の流動に関する数値実験的研究、湖沼研究報告、1971

図-2 モデル北端での流入流量

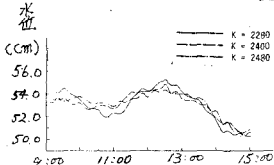


図-3 第233点での水位変化

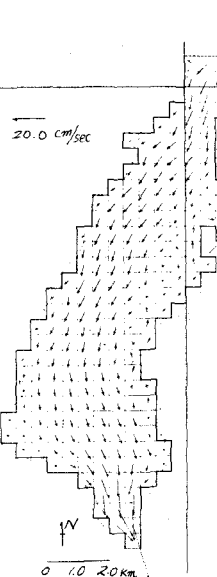


図-5 9:00の流況図

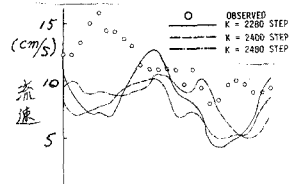


図-4 第79点での流速変化

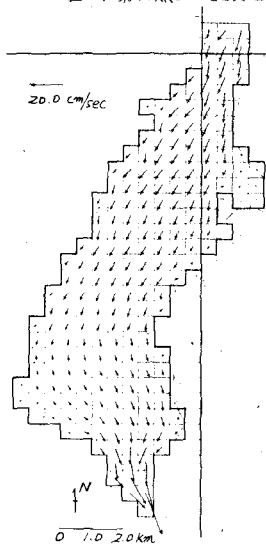


図-6 15:00の流況図

観測資料 9/17 1976

時刻 (hour)	琵琶湖大橋 水位 (m)	瀬田川 流量 (m³/sec)	琵琶湖疏水 流量 (m³/sec)	風向 (度)	風速 (m/s)
9:00	0.547	22.9	690.0	S	2
10:00	0.547	22.9	690.0	S	1
11:00	0.537	22.9	693.0	N	2
12:00	0.537	22.9	687.0	N	2
13:00	0.527	22.9	687.0	N	2
14:00	0.517	22.9	709.0	NW	3
15:00	0.517	22.9	706.0	NW	3

表1

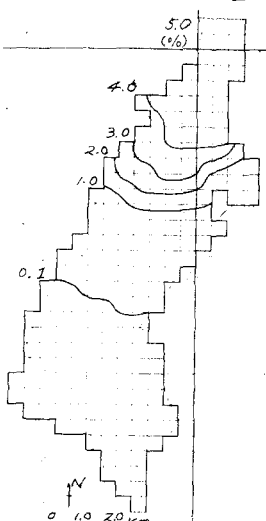


図-7 濃度分布