

開水路流れにおける乱れのスペクトル相似則について (1)

— 1次元エネルギー・スペクトルおよびレイノルズ応力スペクトルの特性 —

京都大学防災研究所 正員 今 本 博 健
 京都大学大学院 学生員 浅 野 富 夫
 京都大学大学院 学生員 ○幸 道 隆 治

乱流現象を解明するうえで、乱れ速度の統計的特性とくにそのスペクトル特性を把握することはきわめて有効であって、とくに1次元エネルギー・スペクトルについては従来よりその特性がかなり明らかにされている。しかしながら、粘性領域でのスペクトル定数あるいはレイノルズ応力に関するコ・スペクトルおよびコヒーレンシの相似則についてはあまり検討されていない。著者らは乱流現象に関する種々のスペクトルについて次元解析的考察によりその相似性について検討してきたが^{1)~3)}、本報告では1次元エネルギー・スペクトルおよびレイノルズ応力のスペクトル特性について実験的に検討したものである。

1. スペクトル相似則

1次元エネルギー・スペクトル $S(k)$ は、生成領域では乱れの強さ と平均スケール L 、慣成領域ではエネルギー逸散率 ε と波数 k 、粘性領域では ε 、 k と流体の動粘性係数 ν によってそれぞれ規定され、表に示されるような相似則が成立することが広く認められている。

一方、レイノルズ応力に関するコ・スペクトル $P(k)$ およびコヒーレンシ $\text{Coh}(k)$ についても、それぞれの波数小領域において基本量として $S(k)$ に関するものと平均速度勾配 $\partial U / \partial z$ とを選ぶと、Buckingham の π 定理を用いた次元解析により、表のような相似則が得られる。

このような相似則の妥当性は、本来それぞれの相似則が適用される波数小領域が広範囲となる高レイノルズ数のもとでの実験により検討されるべきものであるが、開水路流れを対象とした室内実験においては多くの困難性を伴うため、ここではそれぞれの相似則におけるスペクトル定数の普遍性からも検討を行なう。

2. 実験的検討

本実験に使用された水路は長さ13m、幅40cm、深さ20cmの直線水路であって、スペクトル定数の普遍性を検討するため、種々のレイノルズ数のもとでフルード数を広範囲に変化させた水理条件下において、ファイバー型およびX型ホットフィルム流速計を用いて計測が行なわれている。なお、データ処理においては、サンプリング周波数 $f_s = 20 \sim 1600 \text{ Hz}$ 、データ数 $N = 500$ とし、計測精度を高めるため繰り返し数を最高160回と多くとり、定量的検討が可能のようにしている。

表

領域	$S(k)$	$P(k)$	$\text{Coh}(k)$
生成	$\sim u'^2 L$	$\sim \frac{\partial U}{\partial z} u'^2 L^2$	$\sim \frac{\partial U}{\partial z} u'^{-1} L$
慣性	$\sim \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}$	$\sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{1/3} k^{-7/3}$	$\sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{-1/3} k^{-2/3}$
第一粘性	$\sim \varepsilon \nu^{-1} k^{-3}$	$\sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{2/3} \nu^{-1} k^{-11/3}$	$\sim \frac{\partial U}{\partial z} \nu^{-1} k^{-2}$
第二粘性	$\sim \varepsilon^2 \nu^{-4} k^{-7}$	$\sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon^{5/3} \nu^{-4} k^{-23/3}$	$\sim \frac{\partial U}{\partial z} \varepsilon \nu^{-4} k^{-6}$

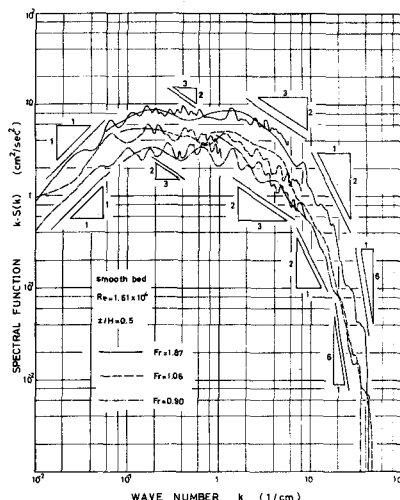


図 - 1

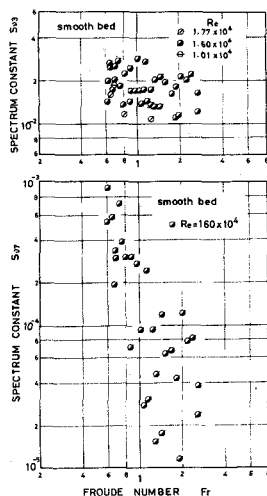


図 - 2

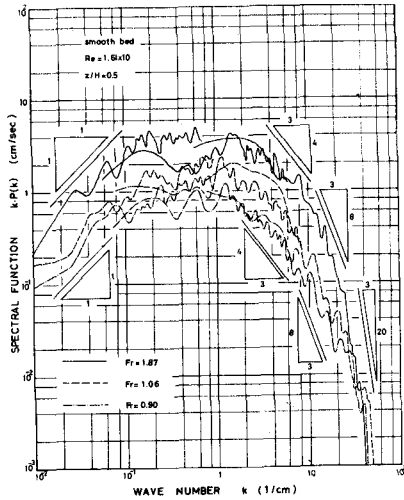


図-3

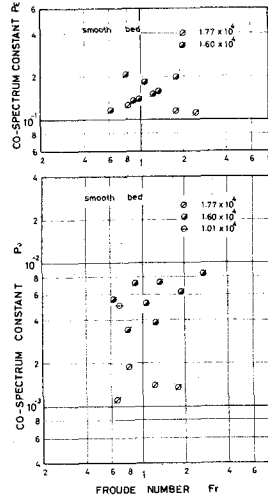


図-4

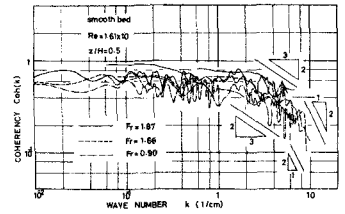


図-5

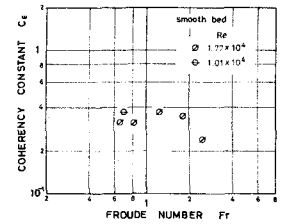


図-6

a) 1次元エネルギー・スペクトル $S(k)$: 図-1 は $S(k)$ の計測例を示したものであって、いずれにおいても従来より提案されている相似則が成立する波数小領域が存在している。すなわち、 $S(k)$ が k に関係せず一定となる生成領域 (図は $k \cdot S(k)$ で示されるため1の勾配)、 k の $-5/3$ 乗に比例する慣性領域 ($-2/3$ の勾配) および k の -3 乗あるいは -7 乗に比例する第1あるいは第2粘性領域 (-2 あるいは -6 の勾配) が存在していると同時に、生成および慣性領域はそれぞれ2ヶ所の波数小領域においてみられ、開水乱流の二重構造性も認められる。

一方、スペクトル定数については、従来より慣性領域で $Se = 0.47$ となることが広く認められている。したがって、この値を用いてエネルギー逸散率 ε を評価し、さらに粘性領域におけるスペクトル定数を推定すると図-2 のようになる。図より、第1粘性領域の定数 $SV3$ はばらついているもののほぼ一定値 $SV3 \approx 0.02$ をとるのに対し、第2粘性領域の $SV7$ はフルード数の増加とともに減少することが知れ、第2粘性領域の相似則には“violet catastrophe”の効果により若干のあいまいさが残されるようである。

b) レイノルズ応力に関するコ・スペクトル $P(k)$: 図-3 は図-1 と同様の水理条件における $P(k)$ を示したものであって、 $P(k)$ についても表のような相似則の成立性が認められる波数小領域が存在している。いま、慣性領域および第1粘性領域のスペクトル定数 Pe および Pv を、 $S(k)$ より得られる ε および平均速度分布より算定した $\partial U / \partial z$ を用いて評価すると図-4 のようになる。図にみられるように、 Pe は比較的ばらつきも少なくフルード数にはほとんど関係なく一定値 $Pe \approx 0.15$ をとっているが、 Pv は実験ケースにより大きくばらついている。ただし、 Pv とフルード数との間には明確な関係が認められず、フルード数に関係なく Pv はほぼ一定とみなされるため、 $P(k)$ についても少なくとも第1粘性領域では表に示された相似則が成立すると考えられる。

c) レイノルズ応力に関するコヒーレンシ $Coh(k)$: 図-5 はやはり図-1 と同様の水理条件における $Coh(k)$ を示したものであって、 $Coh(k)$ についても表のような相似則が成立する波数小領域が存在し、一部のものについては第1粘性領域とみられる高波数小領域の存在も認められる。慣性領域における $Coh(k)$ のスペクトル定数 Ce を $P(k)$ の場合と同様にして評価すると図-6 のようになり、ほぼ一定値 $Ce \approx 0.3$ を示している。したがって、 $Coh(k)$ についても表のような相似則が妥当であると考えられる。

以上のように、スペクトル定数に関する検討より、 $P(k)$ および $Coh(k)$ についても表のような相似則の適用性が確認されたが、第2粘性領域については計測の困難性および $S(k)$ にみられたような相似則そのもののあいまいさがあり、この領域の相似則については不明な点も多い。

参考文献 : 1) 今本・浅野・石垣 : 土木学会関西支部年講, II - 7, 1975. 2) 今本・浅野・石垣・杉浦 : 土木学会関西支部年講, II - 27, 1976. 3) 石垣・今本・浅野 : 土木学会第31回年講, II - 218, 1976.