

波高・周期の結合分布について

京都大学工学部 正員 〇木村 晃
京都大学大学院 上総周平

1. はじめに: この研究は zero-up-cross法により定義した不規則波の波高・周期の結合確率分布について検討したものである。この方法により定義した波高の確率分布に対しては Rayleigh分布が非常によくあうことが経験的によく知られている。しかし同じ方法による周期の確率分布については研究例が少なく, Bretschneiderによる T^2 -Rayleigh分布, narrow-bandの仮定に基づく Longuet-Higginsの研究, 岩田・木村による Weibull分布があるが, 観測記録による検証が十分でなく, まだ定説はないようである。ここでは, これらの中で最も広い適応性を持ち, かつ実験値との対応の良好な Weibull分布を周期の確率分布として選んだ。したがって周辺分布として Rayleigh分布ならびに Weibull分布を与えるような結合確率分布を導くことが必要条件となる。

2. 2次元 Weibull分布: 2次元 Weibull分布は次式で与えられる。

$$P(H, T) dHdT = \frac{m n}{4A} H^{m-1} T^{n-1} I_0\left(\frac{H^{\frac{m}{2}} T^{\frac{n}{2}} \rho}{A}\right) \exp\left\{-\frac{1}{2A}(\phi_2 H^m + \phi_1 T^n)\right\} dH dT \quad (1)$$

ここに $I_0(\cdot)$ は変形ベッセル関数であることを示し, m および n は Weibull 分布の形状母数であり, H および T のそれぞれ周辺分布に対し best-fit するように決定するものである。(1) 式において $m=2$ とすれば (1) 式は Rayleigh-Weibull 結合分布となる。また ϕ_1 および ϕ_2 は分散母数であり, それぞれ次式のように定めると, H および T の周辺分布形はともにそれぞれの rms 値 H_{rms} および T_{rms} で正規化した分布式に一致する。

$$\phi_1 = \frac{1}{2} \left[\Gamma\left(\frac{2+m}{m}\right) \right]^{-\frac{m}{2}}, \quad \phi_2 = \frac{1}{2} \left[\Gamma\left(\frac{2+n}{n}\right) \right]^{-\frac{n}{2}} \quad (2)$$

ここに $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。また, (1) 式において, $A = \phi_1 \phi_2 \rho^2$ であり ρ は H と T の相関に関するパラメータである。以下 (1) 式をもとに, この 2 次元分布の基本的な特性について説明する。

1). 条件付確率 $F(H/T_0)$

$$F(H/T_0) dH = P(H, T)/f(T)|_{T=T_0} = \frac{\phi_2 m}{2A} H^{m-1} I_0\left(\frac{H^{\frac{m}{2}} T_0^{\frac{n}{2}} \rho}{A}\right) \exp\left\{-\frac{1}{2A}(\phi_2 H^m + \phi_1 T_0^n) + \frac{T_0^n}{2\phi_2}\right\} dH \quad (3)$$

2). 周辺分布 $f(H)$

$$f(H) dH = \int_0^\infty P(H, T) dT = \frac{m}{2\phi_1} H^{m-1} \exp\left(-\frac{H^m}{2\phi_1}\right) dH \quad (4)$$

3). 原点に関する α, β 次の積率 $\mu_{\alpha\beta}$

$$\mu_{\alpha\beta} = \int_0^\infty \int_0^\infty H^\alpha T^\beta P(H, T) dH dT$$

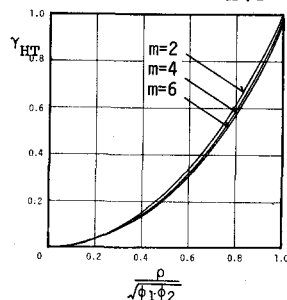


図-1 $\rho \sim \rho$ の関係

$$= 2^{\frac{\alpha}{m} + \frac{\beta}{n}} \phi_1 \frac{\alpha}{m} \phi_2 \frac{\beta}{n} \Gamma(\frac{\beta}{n} + 1) \Gamma(\frac{\alpha}{m} + 1) F(-\frac{\alpha}{m}, -\frac{\beta}{n}; 1; \frac{\rho^2}{\phi_1 \phi_2}) \quad (5)$$

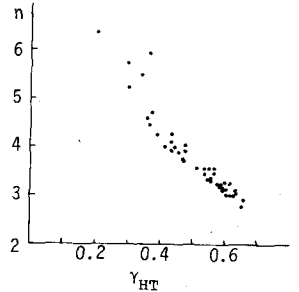
ここに $F(\quad)$ は超幾何関数であることを示す。

4). 相関係数 ρ_{HT}

$$\rho_{HT} = \frac{\Gamma(\frac{1+m}{m}) \Gamma(\frac{1+n}{n}) \{ F(-\frac{1}{m}, -\frac{1}{n}; 1; \frac{\rho^2}{\phi_1 \phi_2}) - 1 \}}{\sqrt{[\Gamma(\frac{1+m}{m}) - \Gamma(\frac{1+m}{m})^2] \cdot [\Gamma(\frac{1+n}{n}) - \Gamma(\frac{1+n}{n})^2]}} \quad (6)$$

図-1は式(6)における ρ_{HT} と $\frac{P}{H \cdot T}$ の関係を $m=2$ とし, n を 2, 4, 6 と変化させて示したものである。

3. 実験値との比較: 図-2は岩垣らが以前行った50アースにわたる不規則波のシミュレーション実験の結果を利用して解析して得た n と ρ_{HT} の関係を示したものである。この図より明らかなように, 両者の間には非常に明確な相関関係が存在し, n が大きな領域では ρ_{HT} は小さく, n の減少にともない ρ_{HT} はだいに1に近づいてゆくことがわかる。このことから, 周期に関するWeibull分布の形状母数 n がわかれば図-2の関係と式(6)の関係から不規則波の波高・周期の結合確率分布式(1)は確定してしまう性格のものであることがわかる。Bretschneider



は ρ_{HT} は不規則な波の波齢に依存する量であるといっている。一方, 谷田はスペクトル幅に関するパラメータ ϵ と明確な関係を持つとしている。しかし, 実験値との間にいく分の差がみられ, これらの関係が定量的に確立されているとはいえないが, 今後の研究により, ρ_{HT} または n の値は風速, 吹走距離といった外的要因から推定し得るようになると考えられる。図-3は前に述べたシミュレーション実験により得た波を $1/10$ Hrms および $1/10$ Trms ごとの rank にわけて示したものである。データの総数は1952波

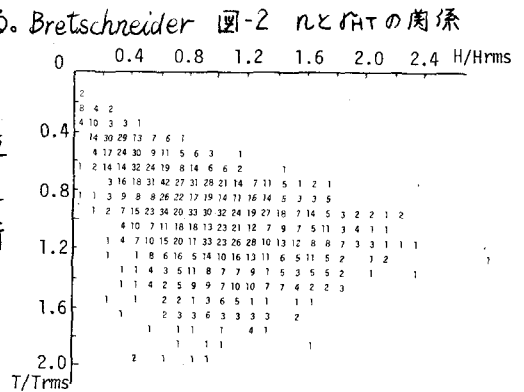


図-3 波高と周期の2次元分布

であるが平面的に配分すると必ずしも十分な数ではないことがわかる。このためデータを $2/10$ Hrms および $2/10$ Trms ごとの rank に再配分し, その

中でもデータ数の多い $T/Trms = 0.8, 1.0, 1.2$ の各断面における $P(H, T) dH dT$ の理論値との比較をしたものが図-4(a), (b) および(c)であり, 図より両者の対応は良好であることがわかる。

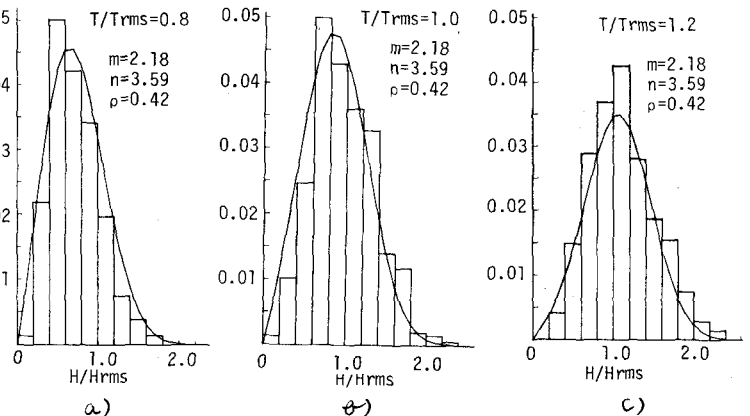


図-4 実験値と $P(H, T)$ との比較