

水中構造物の固有振動解析(円柱 Pillar について)

日立造船(株)技術研究所 正会員 ◦ 有馬健次

日立造船(株)技術研究所 正会員 巻幡敏秋

1. 緒 言

水中構造物を構成する部材は円柱である場合が多い。単一の円柱に対する水中弾性振動については既に多くの研究結果があり、造船分野では半没水円柱¹⁾²⁾、また、土木分野では Pillar としての円柱を主に対象としている。^{3)~8)} 水の影響に対するこれらの解析方法には、速度ポテンシャルを用いる流体力学的な方法および純流体力学的方法がある。

著者らは、従来の解析法ではかなり取り扱い困難である、任意点に付加重量物を持つ円柱が水中に立てられた場合について、流体の影響と弾性体自身の剪断および回転慣性の影響とを考慮した Rayleigh-Ritz 法により固有振動解析を行なった。さらに、空中固有振動数を“3次元運動修正係数 J”で修正することにより水中固有振動数を算定する方法を提案した。

2. 解 析 方 法

図1に示される円柱 Pillar において、 $Z=l$ に付加重量物(重量 W 、慣性モーメント I_w)を付加させると、ポテンシャルエネルギー V および運動エネルギー T_E は

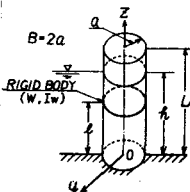


図1 座標系

$$V = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 y_b}{\partial Z^2} \right)^2 dZ + \frac{1}{2} \int_0^l k' GA \left(\frac{\partial y_s}{\partial Z} \right)^2 dZ \quad \text{----- (1)}$$

$$T_E = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{\gamma A}{g} \left\{ \frac{\partial (y_b + y_s)}{\partial t} \right\}^2 dZ + \frac{1}{2} \int_0^l \frac{\gamma I}{g} \left(\frac{\partial^2 y_b}{\partial Z \partial t} \right)^2 dZ + \frac{1}{2} \frac{W}{g} \left\{ \frac{\partial (y_b + y_s)}{\partial t} \right\}_{Z=l}^2 + \frac{1}{2} \frac{\gamma' I_w}{g} \left(\frac{\partial^2 y_b}{\partial Z \partial t} \right)_{Z=l}^2 \quad \text{----- (2)}$$

となる。ただし、 y_b は曲げによる撓み、 y_s は剪断による撓み、 E は弾性係数、 G は剪断弾性係数、 k' は断面形状により定まる定数、 A および I は断面積および断面二次モーメント、 γ および γ' は弾性体および付加重量物の比重である。また、円柱 Pillar 回りの流体の運動エネルギー T_w は

$$T_w = -\frac{\rho \pi a^2 h}{4} \sum_{m=1,3,5}^{\infty} b_m^2 \frac{K_1(k_m a)}{k_m a K_1'(k_m a)} \quad \text{----- (3)}$$

となる。³⁾¹⁰⁾ ここに、

$$b_m = \frac{2}{h} \int_0^h (y_b + y_s) \cos k_m z dz \quad k_m = \frac{m\pi}{2h} \quad (m=1, 3, 5, \dots) \quad \text{----- (4)}$$

であり、 K_1 は第2種1次変形ベッセル関数で、 $\prime$ は微分を示している。

y_b および y_s が円振動数 ω の調和振動を行なうとして、任意関数 X_i 、 Y_i を用いると*

$$y_b = \sum_i C_i X_i \sin \omega t \quad y_s = \sum_j D_j Y_j \sin \omega t \quad \text{----- (5)}$$

* 円柱 Pillar の変形に対する幾何学的境界条件を満足する関数を用いる。

(5) 式を(1)、(2)、(3) 式に代入して各々の最大値 V_{max} , T_{Emax} , T_{Wmax} を求める。弾性体と流体とを含めた保存系を考えると、 $V_{max} = (T_E + T_m)_{max}$ が成り立つ。この関係式より固有値 $\lambda^2 = \gamma A W^2 L^4 / E I g$ の停留条件

表 1 理論振動数と実測振動数との比較

$$\frac{\partial(\lambda^2)}{\partial C_i} = \frac{\partial(\lambda^2)}{\partial D_j} = 0 \quad \text{----- (6)}$$

を適用すると、係数 C_i , D_j に関する連立方程式

$$\begin{bmatrix} P_{i,j} & S_{i,\ell+m} \\ \bar{S}_{i+n,j} & Q_{i+n,\ell+m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i \\ D_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{----- (7)}$$

Model		I		II		III	
Mode	Order	1st	2nd	1st	2nd	1st	2nd
Natural	in air	20	—	11.1	—	10	—
	f_2	20.6	102.6	12.4	71.4	9.6	57.3
Freq.	in air	8.3	—	6.0	—	5.5	—
	f_1	8.6	34.7	5.8	30.8	4.9	27.8
	f_2	8.7	42.9	5.8	33.3	4.9	29.1
L/b		13.2	—	22.2	—	28.6	—
J/b		0.850	0.856	0.905	0.907	0.920	0.920
E		$2.8 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$					
G		$6.3 \times 10^2 \text{ kg/cm}^2$					
γ		1.2 g/cm^3					
$P \gamma A^2 / T A$		5.49	—	3.97	—	3.10	—

f_1 : Theoretical freq calculated by this method
 f_2 : Theoretical freq calculated by eq (8)
 f_3 : Experimental freq⁽⁴⁾

が得られる。(7) 式の小行列 $P_{i,j}$, $Q_{i+n,\ell+m}$, $S_{i,\ell+m}$, $\bar{S}_{i+n,j}$ の各要素 $P_{i,j}$, $Q_{i+n,\ell+m}$, $S_{i,\ell+m}$, $\bar{S}_{i+n,j}$ は文献(10)に示されるものである。(7) 式の係数行列式を 0 とおくと、振動数方程式が得られる。本論では、文献(2)、(10)と同様に X_i , Y_j として Z のべき乗関数を用い、(3) 式の項数は 150 項迄考慮した。

3. 計算例

表 1 は、文献(4)の亚克力樹脂製円筒模型 3 体について本解析法を適用して得られた理論固有振動と実測固有振動数⁽⁴⁾との比較を示している。両者は良く一致しており、本解析法が実用に十分耐えることを示している。図 2 は理論固有振動モードと動圧分布の 1 例である。1 次振動では空中・水中時の振動モードの差は殆んど認められないが、2 次振動では顕著になってくる。これは小坪が指摘していることと一致する。⁽¹¹⁾ 図 3 は模型 II の上端および中間点に付加重量物を付加した場合 ($W/\gamma A L = 0.3$, $I_w = 0$) の計算例である。

4. 水中固有振動数の簡略算定式

空中・水中時の 1 次固有振動モードの差が認められないということは、付加水質量分布が長手方向にはば一様に近いと思われる。(図 4 参照)したがって、水中固有振動数 f_1 は次式で与えられる。

$$f_1 = \frac{f_a}{\sqrt{1 + J \cdot P \gamma \pi A^2 / \gamma A}} \quad \text{----- (8)}$$

ここに、 f_a は空中固有振動数であり、 J は造船分野で古くより用いられている「3次元運動修正係数」⁽⁹⁾であり、円柱回りの流体の 3次元運動エネルギー(3) 式に

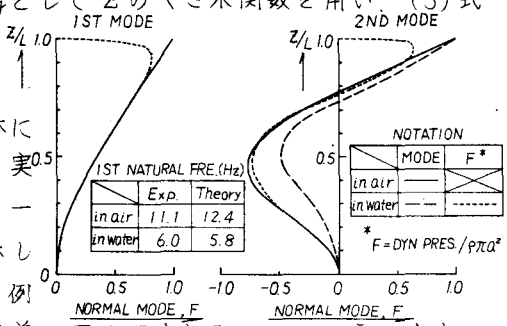


図 2 固有振動モードと動圧分布 (模型 II⁽⁴⁾)

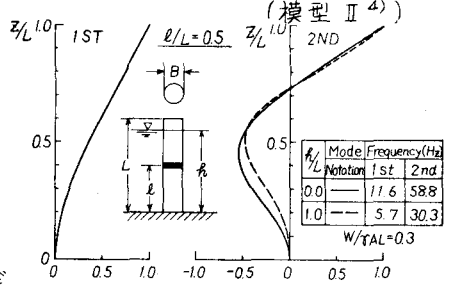


図 3 付加重量物を持つ円柱 Pillar の固有振動の理論解析結果

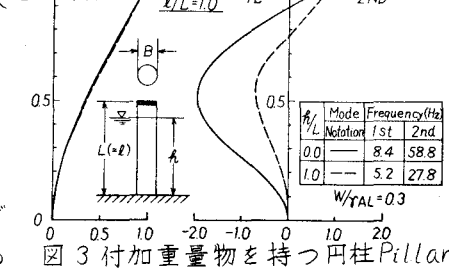


図 3 付加重量物を持つ円柱 Pillar の固有振動の理論解析結果

対する2次元運動エネルギーの比

$$J = \frac{T_w}{\frac{1}{2} \rho \pi a^2 \int_0^L (y_b + y_s)^2 dz} \quad \text{----- (9)}$$

で定義される値である。

図5は振動モード $(y_b + y_s)$ を一端固定・他端自由の一樣断面梁の *normal mode* に対して求めた J 値を示している。前節の模型に対して(8)式を適用すると、表1に示すように1次振動については実測値との良い一致が見られる。

5. 結 言

以上の考察より次の結論が得られた。

著者らが提案したRayleigh-Ritz法を用いた解析法および J -値を用いる簡略算定式は、円柱Pillarの水中固有振動解に対して十分実用に耐えられる。

参 考 文 献

- 1) 鬼頭史城：弾性丸棒の水中横振動について、造船協会論文集、第116号(昭39.11)
- 2) 松浦義一、有馬健次：弾性体の水中振動について、関西造船協会誌、第155号(昭49.12)
- 3) 桜井彰雄：水中に立てられた柱状構造物の振動、土木技術、第16巻、6号(昭36.6)
- 4) 後藤尚男・土岐憲三：水中橋脚の振動と耐震設計に関する基礎的研究、土木学会論文集、第100号(昭38.12)
- 5) 岩崎敏夫、三牧翔：水中にある柱状構造物の振動時仮想質量の実験、土木技術資料(1968.2)
- 6) 川建和雄：水中における円断面梁の振動特性の一計算法、九大応力研所報、第45号(昭51.11)
- 7) Liaw, C.Y., Chopra, A.K.: Dynamics of Towers Surrounded by Water, Earthquake eng. and Structural dynamics, Vol. 3 (1974)
- 8) Clough, R.W.: Effects of Earthquakes on Underwater Structures, Proc. of II W.C.E.E., Vol. 2 (1960)
- 9) 熊井豊二：船体振動に於ける附加慣性係数に就いて、造船協会論文集、第105号(昭34)
- 10) 有馬健次：続弾性体の水中振動について、関西造船協会誌、第164号(昭52.3)
- 11) 小坪清真：だ円形水中橋脚に働く地震力とその弾性振動、土木学会論文集、第120号(昭40.8)

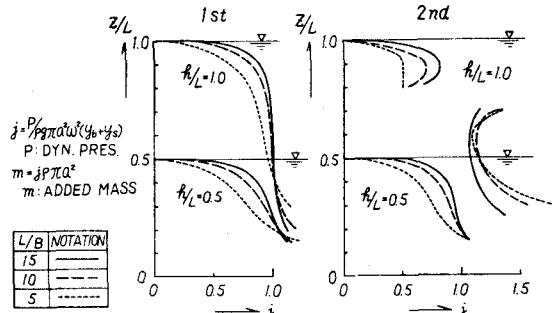


図4 付加水質量に対する局所3次元運動修正係数 j

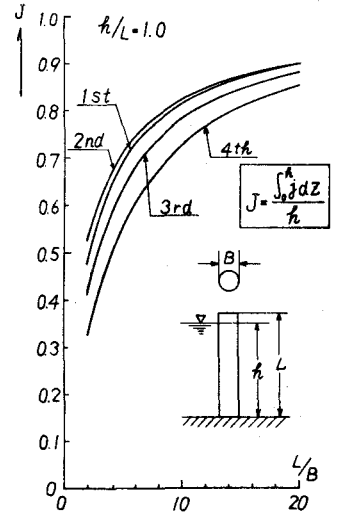


図5 3次元運動修正係数 J