履歴系のランダム応答に関する基礎的研究

京都大学工学部　正員　山田善一
岡山大学工学部　正員　竹宮宏和
(株)横河橋梁製作所　正員　○小林雄次

1．<u>はじめに</u>：多自由度構造物と地盤の連成振動において、地下逸散減衰と地盤の履歴復元力特性による履歴減衰や剛性劣化の影響は重要である。本研究では構造物としてタワー・ピア系を例にとり、複素モード解析、等価線形化手法および不規則振動論を用いて、モード解析と応答解析を行ない、特に履歴特性に重点をおいて考察する。

2．<u>モード解析</u>：タワー部のN自由度の運動方程式にピア部の並進と回転に関する運動方程式を合わせると、相互作用を表わす式となる。すなわち、

$$[M]\{\ddot{y}\}+[C]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}=\{0\}$$

$$m_0\ddot{x}_0+\{1\}^T[M]\{\ddot{y}\}+Q(t)=0$$

$$J_0\ddot{\theta}+\{h\}^T[M]\{\ddot{y}\}+M(t)=0$$

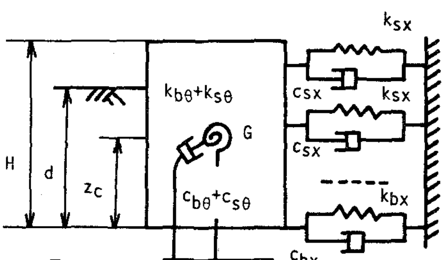

図 1

ここで、　$\{y\}=\{x\}+\{h\}\theta+\{1\}x_0+\{1\}z_g$

相互作用力 $Q(t)$, $M(t)$ として、逸散減衰を考慮するため、連続体力学の波動方程式の解から導かれる結果を用いると、全系の運動方程式は、次のようになる。

$$\left[\begin{array}{c:ccc}[M] & [M]\{1\} & [M]\{h\} & 0\\ \{1\}^T[M] & m_t & L_0^r & 0\\ \{h\}^T[M] & L_0^r & J_t & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{array}\right]\begin{Bmatrix}\{\ddot{x}\}\\ \ddot{x}_0\\ \ddot{\theta}\\ \ddot{\phi}\end{Bmatrix}+\begin{bmatrix}[C] & 0 & 0 & 0\\ 0 & c_{bx}+c_{sx}d & c_{sx}\delta_3-c_{bx}z_c & 0\\ 0 & c_{sx}\delta_3-c_{bx}z_c & \begin{array}{l}c_{s\theta}+c_{sx}\delta_2\\ \quad +c_{bx}z_c^2+c_{\theta 1}\end{array} & 0\\ 0 & 0 & 0 & c_{\theta z}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{\dot{x}\}\\ \dot{x}_0\\ \dot{\theta}\\ \dot{\phi}\end{Bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix}[K] & 0 & 0 & 0\\ 0 & k_{bx}+k_{sx}d & k_{sx}\delta_3-k_{bx}z_c & 0\\ 0 & k_{sx}\delta_3-k_{bx}z_c & \begin{array}{l}k_{s\theta}+k_{sx}\delta_2+k_{bx}z_c^2\\ \quad +k_{\theta 1}+k_{\theta 2}\end{array} & -k_{\theta z}\\ 0 & 0 & -k_{\theta z} & k_{\theta z}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{x\}\\ x_0\\ \theta\\ \phi\end{Bmatrix}=-\begin{Bmatrix}[M]\{1\}\\ m_t\\ L_0^r\\ 0\end{Bmatrix}\ddot{z}_g$$

$k_{\theta 1}=K_\theta$, $k_{\theta z}=-b_1K_\theta$, $k_{bx}=K_x$, $k_{sx}=G_s\overline{S_{x1}}$, $c_{\theta 1}=b_1b_2\frac{r_0}{V_s}K_\theta$

$c_{\theta z}=-b_1b_2\frac{r_0}{V_s}K_\theta$, $c_{bx}=b_1\frac{r_0}{V_s}K_x$, $c_{sx}=\frac{G_sr_0}{V_s}\overline{S_{x2}}$, $k_{s\theta}=G_sr_0^3\delta_1\overline{S_{\theta 1}}$

$c_{s\theta}=\frac{G_sr_0^4\delta_1}{V_s}\overline{S_{\theta 2}}$　V_s＝せん断波速度, d＝根入れ深さ, b_1, $\overline{S_{x1}}$ など＝定数

この方程式から、非減衰時のモードマトリクスを利用して縮少し、複素モード解析を行なう。

3．<u>等価線形化手法</u>：図3のようなバイリニア復元力特性を持つ系を等価線形化する。筆者のひとり(竹宮)は、質点の変位をばねの伸び w とクーロン・スライダーの滑り v とに分けることによって($x=w+v$, $|w|\le Y$)、等価線形系のばね定数 k_{eq} と減衰係数 C_{eq} が次のようになることを導いた。[1)]

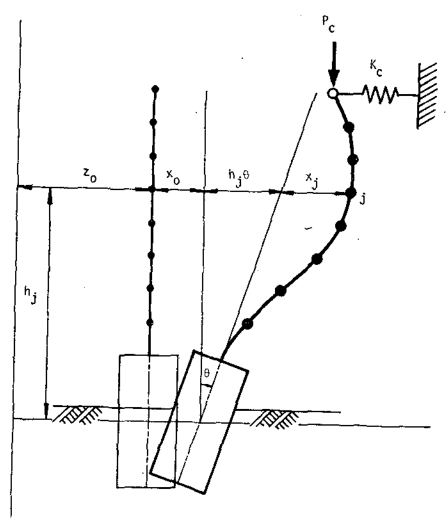

図 2

$$C_{eq} = c + (1-\alpha)\frac{E[W\dot{U}]}{E[\dot{X}^2]} \quad , \quad k_{eq} = \alpha + (1-\alpha)\frac{E[W^2]+E[WU]}{E[X^2]}$$

このうち $E[W\dot{U}]$ については、いくつかの仮定を設けることによって、

$$E[W\dot{U}] = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, Y\{2P_W(Y)\}\sigma_{\dot{x}}$$

が導ける。ここで $2P_W(Y)$ は ばねが降伏している確率を表わす。そして、$2P_W(Y) = (\sigma_W^2/Y^2)^3$ で近似する。また σ_W^2 は他の計算式より算出される。また応答の対称性から $E[WU]=0$ となる。

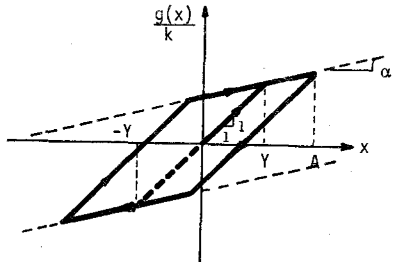

図 3

次に並進運動と回転運動の降伏変位の間の関係について、降伏変位を Y (並進)、θ_Y (回転)、ピアの幅を $2a$ として

$$\theta_Y = 1.5\,Y/a$$

とした。[2)]

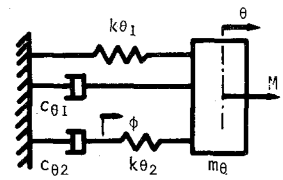

図 4

4. <u>不規則応答解析</u>： 1. の定式化より加振がホワイト・ノイズの場合の応答共分散マトリクス [Ru] が満たすべき方程式を導くことができる。

$$\frac{d}{dt}[Ru] + [D][Ru] + [Ru][D]^T = 2\pi S_0 [Q]$$

定常応答状態では、この式は代数方程式となるのでこれを解いて、また非定常の場合は、時間刻みを小さくとって逐次計算で rms 応答値を求める。またより実際の地震に近い加振を与える意味でフィルタード・ホワイト・ノイズを入力した場合の rms 応答値も計算する。

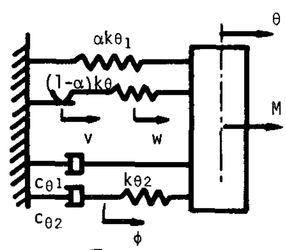

図 5

5. <u>計算結果</u>： 図5の型やトリリニア型なども含む一般の履歴モデルに適用できる等価線形化手法は定式化されていないが、3. の手法は減衰の大きい系では、満足しうる近似を与える。図 8 にトリリニア履歴系でのシミュレーション実験値と理論値を示す。したがって本手法は、この系のモード解析および応答解析に利用してさしつかえないと考える。

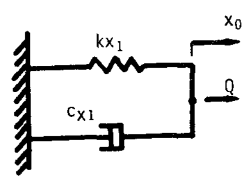

図 6

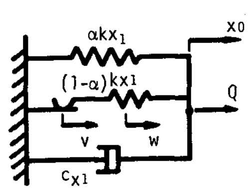

図 7

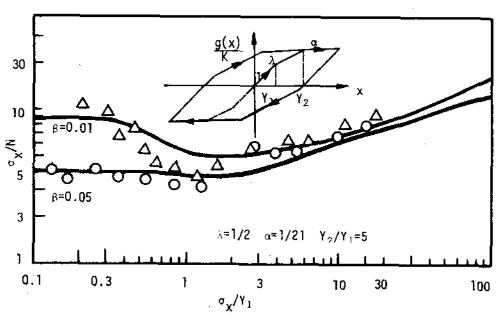

図 8

参考文献 1) 竹宮宏和；非線形履歴型復元力特性を有する多自由度系構造物のランダム地震応答解析（土木学会論文報告集 第245号） 2) YAMADA, Y. and Takemiya, H.; Random Response Analysis of a Long-span Suspension Bridge Tower and Pier with Consideration of Nonlinear Foundation (the Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto University, Vol. XXXXVI, Part 4 April 1975)