温度変化によるアーチの非線形性

大阪大学工学部　正会員　　前田 幸雄
大阪大学工学部　正会員　○林　　正
大阪大学工学部　学生会員　　池辺 公智

1．まえがき

アーチの非線形性については種々の研究が行われているが，温度変化による幾何学的非線形性については，まだ解明されていない。本報告では，有限変位理論に基づくマトリックス法を用いて，パラメトリック解析によりその非線形性を調べた。

2．初期歪マトリックス

対称な等断面を有する直線材において，温度変化による部材軸方向の歪を $\varepsilon_T=\mu t$（μ：線膨張係数，t：温度変化），弾性歪を ε_E とすれば，総歪 ε は次式のようになる。

$$\varepsilon=\varepsilon_E+\varepsilon_T=\frac{du}{dx}+\frac{1}{2}\left(\frac{du}{dx}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{dv}{dx}\right)^2-\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)y \qquad (1)$$

$(du/dx)^2$ の項を含む変位の3次以上の項を省略すれば，部材の歪エネルギーは

$$\Pi=\frac{1}{2}\int_V\sigma\varepsilon_E\,dV=\frac{EA}{2}\int_0^l\left[\left(\frac{du}{dx}\right)^2+\left(\frac{du}{dx}\right)\left(\frac{dv}{dx}\right)^2+\frac{1}{4}\left(\frac{dv}{dx}\right)^4+\frac{I}{A}\left(\frac{d^2v}{dx^2}\right)^2-\mu t\left\{2\left(\frac{du}{dx}\right)+\left(\frac{du}{dx}\right)^2+\left(\frac{dv}{dx}\right)^2\right\}+(\mu t)^2\right]dx \qquad (2)$$

式（2）を部材端変位の関数として表わし，材端変位による Π の第2変分をとることにより，接線剛性行列が得られる。温度変化による初期歪マトリックスは，式（3）のようになる。材端変位に関する非線形の剛性行列は，省略する[1]。

$$\mathbb{k}_T=-\mu tEA\begin{bmatrix}1/l & 0 & 0 & -1/l & 0 & 0\\ & 6/5l & 1/10 & 0 & -6/5l & 1/10\\ & & 2l/15 & 0 & -1/10 & -l/30\\ & & & 1/l & 0 & 0\\ & \mathrm{Sym.} & & & 6/5l & -1/10\\ & & & & & 2l/15\end{bmatrix} \qquad (3)$$

3．無次元パラメータ

構造物全体の平衡条件式を無次元化して，次式のように表わすことができる[2]。

$$\mathbb{K}(\lambda)\cdot\mathbb{D}=\alpha n\gamma\{\mathbb{P}_w+\beta\mathbb{P}_p\}+\rho\,\mathbb{P}_T(\lambda) \qquad (4)$$

アーチの構造形式と荷重の載荷条件を定めれば，式（4）は次の5つの無次元パラメータのみの関数となる。なお，μ は材料により定まる定数であるので，これを一定と考えれば，式（5）の ρ は温度変化 t のみによるパラメータとなる。

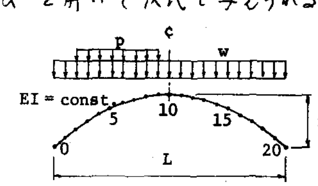
$$n=f/L,\quad \lambda=L\sqrt{A/I},\quad \gamma=w/w_0,\quad \beta=p/w,\quad \rho=\mu t \qquad (5)$$

ここに，n はライズ比，λ はアーチリブの細長比，w, p は等分布の死・活荷重の強度，w_0 は示方書で定められている基準荷重であって，座屈パラメータ α を用いて次式で与えられる。

$$w_0=\alpha(f/L)\cdot(EI/L^3) \qquad (6)$$

4．計算例

（1）構造形式：研究の対象としたアーチは，等断面のアーチリブを有する固定及び2ヒンジ放物線リブアーチである。アーチリブを20等分割し，図－1のように節点番号をつける。



図－1　計算例

(2) 荷重条件： 計算においては，まず全載等分布死荷重 w を載荷し，次に等分布活荷重 p を部分載荷する。また，同時に温度変化を加える。

(3) パラメータ： 計算に用いたパラメータの値を 表-1に示す。なお，座屈パラメータ α は，道路橋示方書に示された値を用いた。線膨張係数は，$\mu = 1.2 \times 10^{-5}$ とした。

表-1 パラメータの値

n	0.1	0.15	0.2	0.3		
λ	100	150	200	300		
γ	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
β	0.0	0.1	0.2	0.4	0.6	
t	0.0	30°	-30°			
η	1/80～1/200					

5. 最大曲げモーメント

死荷重と温度変化とともに，活荷重をスパンの片側に半載した場合には，最大曲げモーメントは固定アーチでは支間の3/10の点（第6節点）に，2ヒンジアーチでは支間の1/4点（第5節点）に生じるので，これらの断面の曲げモーメントの非線形性を調べる．図-2に，最大曲げモーメントの線形値に対する非線形値の増加率を示した。

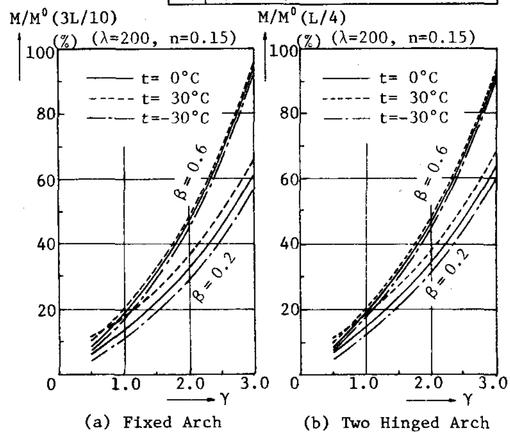


図-2 最大曲げモーメントの非線形性

最大曲げモーメントの値は，温度上昇よりも温度下降の場合の方が大きいが，非線形性は逆になっている。非線形性の各パラメータによる影響は，温度変化のない場合[2] と全く同じ傾向である。

6. 最大縁応力度

等分布活荷重の載荷位置を動かして，アーチリブの各断面に生じる最大圧縮縁応力度の値[2] を図-3, 4に示した。図に示した値は，いずれも非線形値である。また，ζ は縁端距離 $\pm y$ に関する無次元量であって，

$$\zeta = y/L \qquad (7)$$

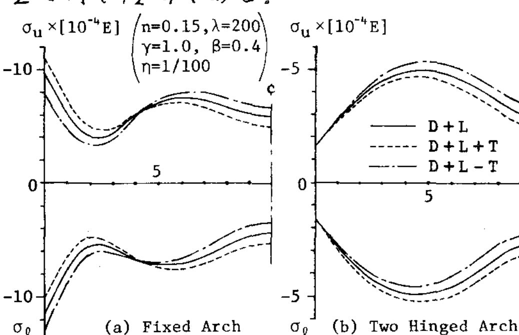


図-3 最大上・下縁応力度図

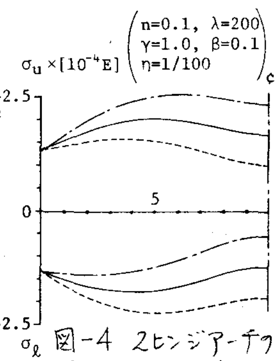


図-4 2ヒンジアーチの最大上・下縁応力度図

死・活荷重との連成作用による温度応力の非線形性を調べるために，純応力度から死・活荷重による応力度を引いた値を線形値に対する増加率で表わして，表-2に示した。表より，温度応力に生じる非線形性を考慮しなければ，固定アーチの支間中央部においては危険側となり，重ね合せの法則は適用できないことがわかる。

表-2 最大上・下縁応力度の増加率 (λ = 200, η = 1/100)

n	β	γ	t	No	Fixed Arch 0	6	8	10	Two Hinged Arch 4	6	8	10
0.1	0.1	1.0	30°	U	-7.4	0.8	7.2	8.8	0.5	1.5	2.1	2.3
				L	-6.2	-4.6	2.6	4.2	-3.2	-1.6	-0.6	-0.4
			-30°	U	-6.0	1.8	8.0	9.4	1.2	2.2	2.9	3.1
				L	-4.9	-3.2	3.5	5.1	-2.5	-0.7	0.2	0.4
		2.0	30°	U	-15.2	1.3	16.3	19.9	1.5	3.5	4.8	5.2
				L	-12.6	-9.8	6.5	10.0	-6.5	-2.8	-0.8	-0.1
			-30°	U	-13.9	2.5	17.1	20.5	2.4	4.4	5.8	6.1
				L	-11.4	-8.4	7.5	11.0	-5.9	-2.3	0.0	0.4
0.15	0.4	1.0	30°	U	-8.5	-1.2	5.8	7.8	1.1	1.1	1.2	1.2
				L	-7.8	-3.2	3.2	4.3	-0.3	-1.1	-0.9	-0.9
			-30°	U	-7.9	-0.5	6.3	8.2	1.5	1.7	1.4	1.6
				L	-6.9	-2.4	3.7	4.7	-3.8	-0.8	-0.5	-0.4
		2.0	30°	U	-18.2	-2.1	13.9	17.8	4.0	4.1	3.4	2.5
				L	-15.9	-7.7	8.1	9.9	-5.5	-3.4	-2.1	-1.6
			-30°	U	-17.7	-1.4	14.2	18.5	4.4	4.1	3.9	3.2
				L	-15.4	-7.3	8.0	10.3	-5.5	-2.9	-1.6	-1.3

1) 前田・林・中村：増分法による平面骨組構造物の大変形の加速計算法，土木学会論文報告集，第223号。

2) 前田・林：固定及び2ヒンジアーチ橋の大変形計算法とその非線形性状，第29回年次講演会，I-110。