

曲げせん断を受けるプレートガーダー腹板の非線形解析

関西大学工学部

正会員

米沢 博

関西大学工学部

正会員

三上市 哉

関西大学工学部

正会員

堂垣 正博

総合技術コンサルタント(株)

正会員

○加納 貞男

1. まえがき 近年, プレートガーダー腹板の幾何学的あるいは材料的非線形問題の解析が年々盛んになっている。ここでは曲げせん断を受けるプレートガーダー腹板を初期たわみを考慮した有限変形理論に基づいて解析する。プレートガーダーの製作上不可避免的に生じる初期たわみおよびフランジの剛度が腹板のたわみあるいは応力にどのように影響するかを調べた。

2. 基礎微分方程式 図-1に示すような上下フランジと鉛直補剛材で囲まれるプレートガーダー腹板を長方形板とみなし, 曲げせん断を受ける場合を解析する。

初期たわみを有する場合の基礎微分方程式は腹板の x, y, z 方向のつり合いからつぎのように求まる。

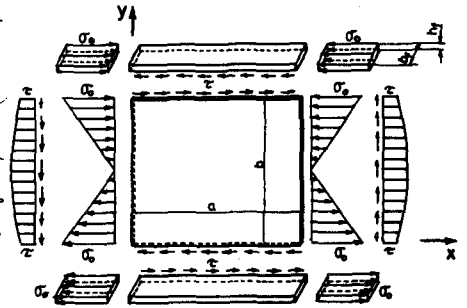


図-1

$$U_{,xx} + C_1 U_{,yy} + (\nu + C_1) V_{,xy} = -\bar{w}_{,x} (\bar{w}_{,xx} + C_1 \bar{w}_{,yy}) + w_{0,x} (\bar{w}_{0,xx} + C_1 \bar{w}_{0,yy}) - (\nu + C_1) (\bar{w}_{,x} \bar{w}_{,xy} - \bar{w}_{0,x} \bar{w}_{0,xy}) \quad (1)$$

$$(\nu + C_1) U_{,xy} + C_1 V_{,xx} + V_{,yy} = -\bar{w}_{,y} (\bar{w}_{,yy} + C_1 \bar{w}_{,xx}) + w_{0,y} (\bar{w}_{0,yy} + C_1 \bar{w}_{0,xx}) - (\nu + C_1) (\bar{w}_{,y} \bar{w}_{,xy} - \bar{w}_{0,y} \bar{w}_{0,xy}) \quad (2)$$

$$\nabla^4 \bar{w} = \nabla^4 w_0 + C_2 \bar{w}_{,xx} \{ U_{,x} + \bar{w}_{,x}^2/2 - w_{0,x}^2/2 + \nu (V_{,y} + \bar{w}_{,y}^2/2 - w_{0,y}^2/2) \} + C_2 \bar{w}_{,yy} \{ V_{,y} + \bar{w}_{,y}^2/2 - w_{0,y}^2/2 + \nu (U_{,x} + \bar{w}_{,x}^2/2 - w_{0,x}^2/2) \} + C_3 \bar{w}_{,xy} (U_{,y} + V_{,x} + \bar{w}_{,x} \bar{w}_{,y} - w_{0,x} w_{0,y}) \quad (3)$$

ただし, $C_1 = (1-\nu)G/E$, $C_2 = Eh/(DQ-\nu)$, $C_3 = 2Gh/D$, コンマの後の添字はそれによる微分を表す。 $\nabla^4 = \partial^4/\partial x^4 + 2\partial^2/\partial x^2 \partial y^2 + \partial^4/\partial y^4$, w_0 は初期たわみ, $\bar{w}$ は初期たわみと荷重によるたわみの和, h は板厚, E は弾性係数, G はせん断弾性係数, ν はポアソン比, D は板の曲げ剛さである。

3. 境界条件式

(1) 曲げに関する境界条件式

$$\bar{w} = w_0 = 0, \quad \partial^2 \bar{w} / \partial n^2 - \partial^2 w_0 / \partial n^2 = 0 \quad (4)$$

ここに, n は境界辺に対して法線方向を表わしている。

(2) 腹作用に関する境界条件式

$x=0, a$ の辺においては, 腹板の x 方向応力が外力である面内曲げ応力に等しく, また腹板の腹せん断応力が外力である二次曲線分布を仮定したせん断応力に等しいという条件からつぎのよう

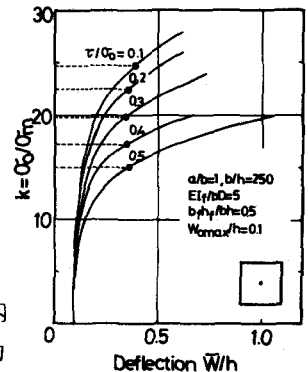


図-2

に表わされる。

$$u_{,x} + \nu v_{,y} = (1-\nu^2) G_0 (1-2g/b) / E - \bar{w}_{,x}^2 / 2 + w_{0,x}^2 / 2 \quad (5-1)$$

$$u_{,y} + \nu v_{,x} = 1/2 (1+\nu) b \bar{c} \{ b_f (b h_f^2 + h_f^3) + h (g^2 - b g) \} / [E \{ b^3 h + b_f (6 b_f^2 h_f + 12 b_f h_f^2 + 8 h_f^3) \}] \quad (5-2)$$

ただし、 $x=a$ の辺では式(5-1)の代りに $u=0$ の条件を用いる。

$y=0, b$ の辺においては、フランジを考慮して、 y 方向のつり合いにはり柱理論を用いて求めた条件と x 方向のつり合いより求めた条件を用いた。すなわちつぎのようになる。

$$E I_y v_{,xxx} - F G_0 b h_f v_{,xx} - F E h (v_{,y} + \nu u_{,x}) / (1-\nu^2) = \pm E h \{ (\bar{w}_{,y}^2 - w_{0,y}^2) / 2 + \nu (\bar{w}_{,x}^2 - w_{0,x}^2) / 2 \} / (1-\nu^2) \quad (6-1)$$

$$G h (u_{,y} + \nu v_{,x}) \pm E b_f h_f u_{,xx} = -G h (\bar{w}_{,x} \bar{w}_{,y} - w_{0,x} w_{0,y}) \quad (6-2)$$

ただし、 G_0 は引張応力、 $\bar{c}$ はせん断応力、 b_f はフランジ幅、 h_f はフランジ厚、 I_y はフランジ弱軸回りの断面二次モーメント ($I_y = b_f h_f^3 / 12$) である。

4. 数値計算 基礎微分方程式(1)(2)および(3)は非線形連立微分方程式であり、境界条件式(4)~(6)のもとで厳密に解くことは困難である。したがって差分法を式(1)~(6)に適用し、非線形連立代数方程式に置換した後、それらの式を加速パラメータを用いた反復法で解析した。なお初期たわみとしては正弦関数の半波長を用いた。すなわち $w_0 = w_{0max} \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b)$ である。ここに、 w_{0max} は最大初期たわみ、 π は円周率を表わす。ただし、数値計算はそれぞれを無次元化して行った。

5. 数値計算結果と考察 図-2 に曲げせん断比を変化させた場合の腹板中央点の荷重-たわみ曲線を示した。図中の G_m は $\pi^2 D / b^3 h$ であり、また破線は曲げせん断比 $\bar{c} / G_0 = 0.1 \sim 0.5$ の場合の初期たわみのない腹板の座屈荷重を示している。この図より、曲げせん断比が大きくなるにつれて、荷重の低いところから非線形性を示している。図-3 に A-A' 断面のたわみ曲線を示した。曲げせん断比が大きくなると、せん断の影響により中央部のたわみは増大するが周辺部は急激に減少し、最大たわみが生ずる点は中央寄りに移動している。図-4 に最大初期たわみを変化させた場合の荷重-応力曲線を示した。 x 方向膜応力 $\sigma_x(m)$ は荷重が初期たわみのない腹板の座屈荷重に近づくにつれて減少しているが反対に曲げ応力 $\sigma_x(b)$ は増加している。また y 方向膜応力 $\sigma_y(m)$ はほとんど生じないが、曲げ応力 $\sigma_y(b)$ は急激に増加している。しかしせん断膜応力 $\tau_{xy(m)}$ は線形的に増加しているがねじり応力 $\tau_{xy(b)}$ はほとんど生じない。また最大初期たわみが小さい場合、付加たわみが急激に増加するので、曲げ応力も増加している。

なお、フランジの剛度の影響については、当日発表する予定である。

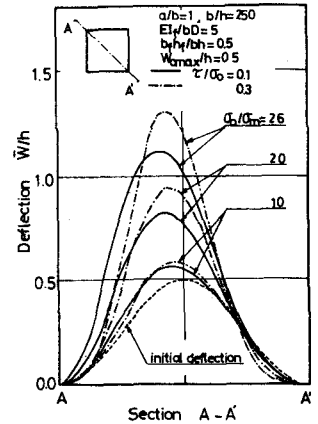


図-3

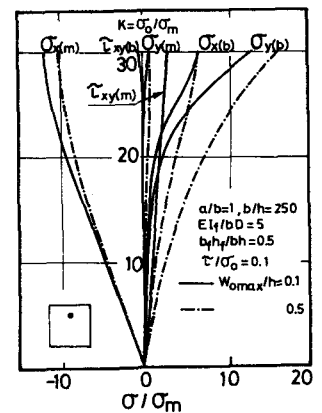


図-4